

Capitolo VI

Temi d'esame risolti

Indice

9 Dicembre 1998	2
28 Gennaio 1999	8
9 Febbraio 1999	12
23 Febbraio 1999	17
27 Aprile 1999	22
29 Giugno 1999	26
13 Luglio 1999	31
27 Aprile 1999	37
26 Maggio 1999	41
15 Giugno 1999	46
30 Giugno 1999	51
7 Settembre 1999	55
21 Settembre 1999	61

VI - 1

September 25, 2000

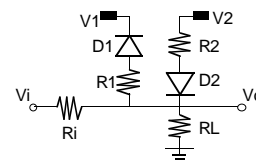
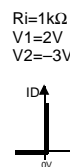
Prima Prova di Esonero

9 Dicembre 1998
Compito A

Esercizio 1

Nel circuito in figura, tutti i diodi hanno la caratteristica indicata. In ingresso e' applicata una sinusoide la cui ampiezza e' 10V. Si valuti la forma d'onda in uscita $V_o(t)$ per:

- 1- $R_1=R_2=0$, $R_L=\infty$
- 2- $R_1=2k\Omega$, $R_2=3k\Omega$, $R_L=\infty$
- 3- $R_1=2k\Omega$, $R_2=3k\Omega$, $R_L=3k\Omega$

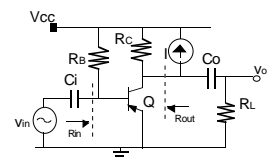


Esercizio 2

Nell'amplificatore in figura si valuti:

- 1- il punto operativo;
- 2- il guadagno di tensione $A_v=V_{out}/V_{in}$; la resistenza di ingresso R_{in} e la resistenza di uscita R_{out} .
- 3- Si dimensioni il condensatore di ingresso C_i in modo da avere una frequenza di taglio di tipo passaalto a 10 Hz ($C_o \rightarrow \infty$).

$\beta=50$
 $R_L=3k\Omega$
 $R_C=1k\Omega$
 $R_B=143k\Omega$
 $V_{CC}=15V$
 $I=3mA$



Esercizio 3

Nel circuito in figura:

- 1- Si dimensioni il valore massimo di $(W/L)_{M1}$ in modo che tutti i transistor operino in regione di saturazione (si trascuri l'effetto body).
- 2- Con la soluzione ricavata al punto precedente, si calcoli il livello di corrente su M3 e M4.

Tutti i transistor hanno la stessa V_{TH}

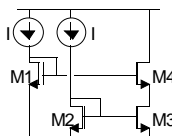
$$\left(\frac{W}{L}\right)_{M2} = \frac{100 \mu m}{1 \mu m}$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{M3} = \frac{100 \mu m}{1 \mu m}$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{M4} = \frac{100 \mu m}{1 \mu m}$$

$$I = 10 \mu A$$

$$\mu \cdot C_{ox} = 0.1 \mu A/V^2$$



Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

VI - 2

September 25, 2000

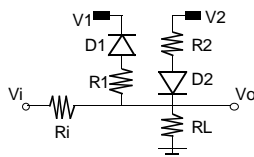
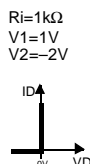
Prova di Esonero

9 Dicembre 1998
Compito B

Esercizio 1

Nel circuito in figura, tutti i diodi hanno la caratteristica indicata. In ingresso e' applicata una sinusoide la cui ampiezza e' 10V. Si valuti la forma d'onda in uscita $V_o(t)$ per:

- 1- $R_1=R_2=0$, $R_L=\infty$
- 2- $R_1=2k\Omega$, $R_2=3k\Omega$, $R_L=\infty$
- 3- $R_1=2k\Omega$, $R_2=3k\Omega$, $R_L=3k\Omega$

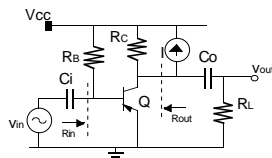


Esercizio 2

Dato l'amplificatore in figura si valuti:

- 1- il punto operativo;
- 2- il guadagno di tensione $A_v=V_{out}/V_{in}$; la resistenza di ingresso R_{in} e la resistenza di uscita R_{out} .
- 3- Si dimensioni la corrente I in modo da raddoppiare il guadagno di tensione A_v , calcolato nel punto 2.

$\beta=50$
 $R_L=3k\Omega$
 $R_C=1k\Omega$
 $R_B=143k\Omega$
 $V_{CC}=15V$
 $I=2mA$



Esercizio 3

Nel circuito in figura:

- 1- Si dimensioni il valore massimo di $(W/L)_{M1}$ in modo che tutti i transistor operino in regione di saturazione (si trascuri l'effetto body).
- 2- Con la soluzione ricavata al punto precedente, si calcoli il livello di corrente su M3 e M4.

Tutti i transistor hanno la stessa V_{TH}

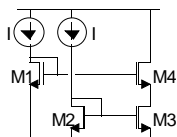
$$\left(\frac{W}{L}\right)_{M2} = \frac{100 \mu m}{1 \mu m}$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{M3} = \frac{100 \mu m}{1 \mu m}$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{M4} = \frac{200 \mu m}{1 \mu m}$$

$$I = 10 \mu A$$

$$\mu \cdot C_{ox} = 0.1 \mu A/V^2$$



Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

VI - 3

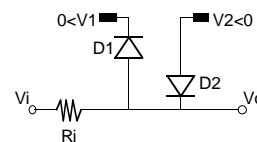
September 25, 2000

Soluzioni

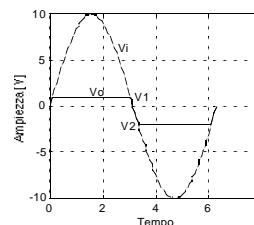
9 Dicembre 1998

Esercizio 1

1- Per $R_1=R_2=0$, e $R_L=\infty$ il circuito si riduce al seguente schema. Il comportamento del circuito va analizzato per vari intervalli di V_i . Per $V_i > V_1$, D_1 conduce, per cui si ha che $V_o=V_1$. Per $V_i < V_2$, D_2 conduce, per cui si ha che $V_o=V_2$.



Per valori intermedi (cioe' per $V_2 < V_i < V_1$) i due diodi non conducono e si ha che $V_o=V_i$. Le forme d'onda in ingresso ed in uscita per il Compito B ($V_1=1V$, $V_2=2V$) risultano quindi come segue (analogamente si tracciano quelle per il Compito A):



2/3 - E' possibile eseguire un'analisi simbolica, da poi applicarsi ad entrambi i punti 2 e 3. Per $V_i > 0$, D_2 e' spento. Le correnti I_i , I_{R1} e I_{RL} si possono allora scrivere come:

$$I_i = \frac{V_i - V_o}{R_i} \quad I_{R1} = \frac{V_o - V_1}{R_1} \quad I_{RL} = \frac{V_o}{R_L}$$

Per la legge di Kirchhoff al nodo deve valere:

$$I_i = I_{R1} + I_{RL}$$

il che si riscrive come:

$$\frac{V_i - V_o}{R_i} = \frac{V_o - V_1}{R_1} + \frac{V_o}{R_L}$$

Da cio' si puo' ricavare V_o :

$$V_o = \frac{R_L \cdot (R_1 \cdot V_i + R_i \cdot V_1)}{R_i \cdot R_L + R_i \cdot R_1 + R_1 \cdot R_L}$$

In realta' I_{R1} deve essere positiva, il che accade per:

$$V_o > V_1$$

che si scrive come:

$$\frac{R_L \cdot (R_1 \cdot V_i + R_i \cdot V_1)}{R_i \cdot R_L + R_i \cdot R_1 + R_1 \cdot R_L} > V_1$$

Risolviendo per V_i si ottiene che:

$$V_i > V_1 \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right) = V_{1L} = \begin{cases} 2.66V & \text{nel Compito A} \\ 1.33V & \text{nel Compito B} \end{cases}$$

Cioe' per $V_i > V_1 \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right)$ D_1 conduce, altrimenti e' interdetto. Quindi:

VI - 4

September 25, 2000

Per $0 < V_i < V_1 \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right)$ si ha che:

$$V_o = V_i \frac{R_L}{R_i + R_L}$$

Per $V_1 \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right) < V_i$ si ha che:

$$V_o = \frac{R_L \cdot (R_1 \cdot V_i + R_i \cdot V_1)}{R_i \cdot R_L + R_i \cdot R_1 + R_1 \cdot R_L}$$

Analogamente per V_i negative si può scrivere che il punto di accensione di D3 corrisponde a:

$$V_i < V_2 \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right) = V_{2L} = \begin{cases} -4V & \text{nel Compito A} \\ -2.66V & \text{nel Compito B} \end{cases}$$

Per $V_2 \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right) < V_i < 0$ si ha che:

$$V_o = V_i \frac{R_L}{R_i + R_L}$$

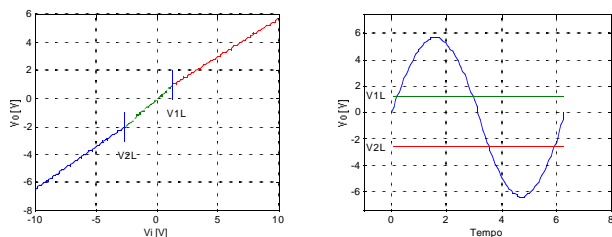
Per $V_i < V_2 \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right)$ si ha che:

$$V_o = \frac{R_L \cdot (R_2 \cdot V_i + R_i \cdot V_2)}{R_i \cdot R_L + R_i \cdot R_2 + R_2 \cdot R_L}$$

Riassumendo si ha:

$$V_o(V_i) = \begin{cases} = \frac{R_L \cdot (R_1 \cdot V_i + R_i \cdot V_1)}{R_i \cdot R_L + R_i \cdot R_1 + R_1 \cdot R_L} & \text{per } V_1 \cdot \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right) < V_i \\ = V_i \frac{R_L}{R_i + R_L} & \text{per } V_2 \cdot \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right) < V_i < V_1 \cdot \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right) \\ = \frac{R_L \cdot (R_2 \cdot V_i + R_i \cdot V_2)}{R_i \cdot R_L + R_i \cdot R_2 + R_2 \cdot R_L} & \text{per } V_i < V_2 \cdot \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right) \end{cases}$$

Nel caso del Compito A (cioè con $R_1=2k\Omega$; $R_2=3k\Omega$; $R_L=3k\Omega$; $R_i=1k\Omega$; $V_1=2$; $V_2=-3$) la curva $V_o(V_i)$ e la curva di uscita per una sinusoide di 10V sono le seguenti:



Nel caso di $R_L = \infty$, le equazioni su scritte si riducono a:

VI - 5

September 25, 2000

$$V_o(V_i) = \begin{cases} = \frac{(R_1 \cdot V_i + R_i \cdot V_1)}{R_i + R_1} & \text{per } V_1 < V_i \\ = V_i & \text{per } V_2 < V_i < V_1 \\ = \frac{(R_2 \cdot V_i + R_i \cdot V_2)}{R_i + R_2} & \text{per } V_i < V_2 \end{cases}$$

Esercizio 2

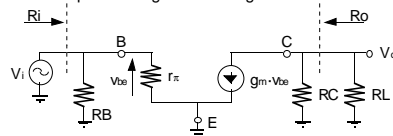
1- Si può scrivere:

$$I_B = \frac{-15V - V_{EB}}{R_B} = \frac{14.3V}{143k\Omega} = 100\mu A$$

$$I_C = \beta \cdot I_B = 50 \cdot 100\mu A = 5mA$$

$$V_{CE} = -15 + (I_C - I) \cdot R_C = \begin{cases} -13V & \text{per il Compito A} \\ -12V & \text{per il Compito B} \end{cases} \quad \text{OK !!!}$$

2- Il circuito equivalente di piccolo segnale è il seguente:



con:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{5mA}{25mV} = 200mA/V$$

$$r_{\pi} = \frac{\beta}{g_m} = 250 \Omega$$

Il guadagno risulta dato da:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = -g_m \cdot (R_L // R_C) = -150$$

La resistenza di ingresso è:

$$R_i = R_B // r_{\pi} = 249.56 \Omega$$

La resistenza di uscita è:

$$R_o = R_C = 1k\Omega$$

3. Compito A - La frequenza di taglio è data da:

$$f_p = \frac{1}{2\pi \cdot R_i \cdot C_i}$$

Da ciò si ricava:

$$C_i = \frac{1}{2\pi \cdot R_i \cdot f_p} = 6.3773e-05 = 63.773\mu F$$

3. Compito B - L' espressione del guadagno è:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = -g_m \cdot (R_L // R_C) = -\frac{I_C}{V_T} \cdot (R_L // R_C)$$

Per raddoppiare il valore del guadagno (senza variare il carico costituito da $(R_L // R_C)$) bisogna raddoppiare la g_m e quindi la I_C .

VI - 6

September 25, 2000

La $I_C=5mA$, deve quindi diventare I_{CX2} data da:

$$I_{CX2} = 2 \cdot I_C = 10mA$$

Non dovendo cambiare la corrente su RC ($=3mA$), la corrente I deve diventare I_{X2} data da:

$$I_{X2} = 10mA - 3mA = 7mA$$

Per far questo è però necessario modificare anche la resistenza R_B che fissa il livello di corrente di Q.

Esercizio 3

1- La corrente in saturazione si può scrivere come:

$$I = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot C_{ox} \cdot \left(\frac{W}{L}\right) \cdot (V_{GS} - V_{TH})^2 = \beta \cdot (V_{GS} - V_{TH})^2$$

Si può altresì scrivere:

$$V_{GS} = V_{TH} + \sqrt{\frac{I}{\beta}}$$

Essendo $V_{GS2}=V_{GS3}$, se M2 e M3 operano in saturazione, allora si può scrivere:

$$\frac{I_2}{\beta_2} = \frac{I_3}{\beta_3}$$

M4 ha poi la stessa corrente di M3.

Inoltre vale la relazione

$$V_{GS1} = V_{GS4} + V_{DS3}$$

Per avere $(W/L)_{M1}$ massimo, la V_{GS1} deve essere quella minima per tenere M3 in saturazione che quindi deve avere:

$$V_{DS3} = V_{DS3sat} = V_{GS3} - V_{TH}$$

Quindi

$$V_{GS1} = V_{GS4} + V_{GS3} - V_{TH}$$

La relazione viene ri-scritta come:

$$V_{TH} + \sqrt{\frac{I}{\beta_1}} = \left(V_{TH} + \sqrt{\frac{I}{\beta_4}}\right) + \left(V_{TH} + \sqrt{\frac{I}{\beta_3}}\right) - V_{TH}$$

Tutti i transistor sono percorsi dalla stessa corrente I, pertanto si ottiene:

$$\sqrt{\frac{1}{\beta_1}} = \sqrt{\frac{1}{\beta_4}} + \sqrt{\frac{1}{\beta_3}}$$

Quindi:

$$\beta_1 = \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{1}{\beta_4}} + \sqrt{\frac{1}{\beta_3}}\right)^2}$$

Le dimensioni di M1 sono quindi:

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{M1} = \begin{cases} \frac{25 \mu m}{1 \mu m} & \text{per il Compito A} \\ \frac{34.315 \mu m}{1 \mu m} & \text{per il Compito B} \end{cases}$$

Come si può notare, la soluzione è indipendente dalla tensione di soglia V_{TH} .

2 - Come detto sopra, la struttura M2-M3 è uno specchio di corrente e pertanto sul ramo M3-M4 scorre la stessa corrente di M2, cioè:

$$I_{M2}=I_{M3}=I_{M4} = I = 10\mu A$$

VI - 7

September 25, 2000

Seconda Prova di Esonero

28 Gennaio 1999

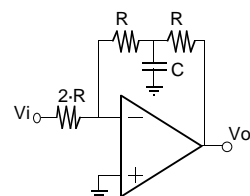
Esercizio 1

Nel circuito in figura, l'amplificatore è ideale.

$$R = 1k\Omega$$

$$C = 10pF$$

- 1- Si calcoli la funzione di trasferimento $V_o/V_i(s)$
- 2- Si traccino i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento $V_o/V_i(s)$
- 3- Si indichi il contributo all'uscita dell'offset



Esercizio 2

Nel circuito in figura si

consideri l'amplificatore ideale:

1- Si valuti il punto operativo;

2- Si valuti il guadagno di

tensione $A_v=V_o/V_i$;

3- Si valuti in maniera simbolica l'impedenza di uscita Z_{out} , per un guadagno finito dell'amplificatore operazionale (A)

$$\left(\frac{W}{L}\right)_M = \frac{100 \mu m}{1 \mu m}$$

$$V_{TH} = 1V$$

$$\mu \cdot C_{ox} = 0.1mA/V^2$$

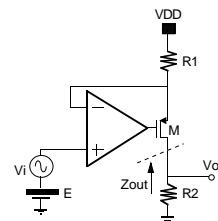
$$V_A = 10V$$

$$V_{DD} = 15V$$

$$E = 12V$$

$$R_1 = 3k\Omega$$

$$R_2 = 6k\Omega$$



Esercizio 3

Nel circuito in figura l'amplificatore è ideale, a parte i livelli di saturazione indicati.

1- Si valuti la relazione $V_o(V_i)$ per

V_i tra $-5V$ e $5V$;

$$R=10k\Omega$$

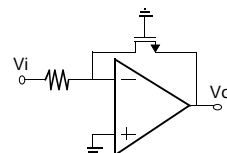
$$\left(\frac{W}{L}\right)_M = \frac{100 \mu m}{1 \mu m}$$

$$V_{TH} = 1V$$

$$\mu \cdot C_{ox} = 0.1mA/V^2$$

$$V_{SAT}^+ = 5V$$

$$V_{SAT}^- = -5V$$



Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

VI - 8

September 25, 2000

Soluzioni

28 Gennaio 1999

Esercizio 1

E' possibile scrivere l'equazione delle correnti al nodo di massa virtuale:

$$\frac{V_i}{2 \cdot R} = -\frac{V_x}{R}$$

Da cui ne consegue che:

$$V_x = -\frac{R}{2 \cdot R} \cdot V_i = -\frac{1}{2} \cdot V_i$$

Si puo' poi scrivere l'equazione delle correnti al nodo X

$$\frac{V_x}{R} + s \cdot C \cdot V_x + \frac{V_x - V_o}{R} = 0$$

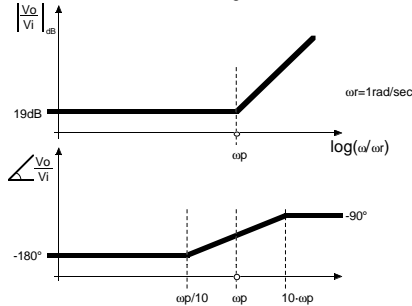
Da cui si ricava:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R+R}{2 \cdot R} \cdot \left(1 + s \cdot C \cdot \frac{R \cdot R}{R+R}\right) = -\left(1 + s \cdot \frac{C \cdot R}{2}\right)$$

2- La risposta in frequenza presenta uno zero alla pulsazione:

$$\omega_p = \frac{2}{C \cdot R} = 2 \cdot 10^8 \text{ rad/sec}$$

i diagrammi di Bode di modulo e fase sono i seguenti:



3- Per calcolare il contributo dell'offset all'uscita si valuti la risposta del circuito a frequenza nulla (non considerando cioè il condensatore C). In questa condizione si applica la tensione di offset al morsetto non-invertente dell'amplificatore.

Si ottiene una configurazione non-invertente da cui si ricava il guadagno dell'offset in uscita che e' pertanto:

$$\frac{V_o}{V_{off}} = 1 + \frac{R+R}{2 \cdot R} = 2$$

Esercizio 2

VI - 9

September 25, 2000

1- Si ipotizzi il transistor operante in regione attiva. Vale allora il principio di massa virtuale e cio' comporta che il source di M si porti a 12V. Si puo' allora calcolare la corrente di R1 che e' data da:

$$I_{R1} = \frac{V_{DD} - E}{R1} = 1 \text{ mA}$$

Questa corrente entra in M e arriva tutta sul collettore.

Il nodo di uscita si porta pertanto al valore:

$$V_o = I_{R1} \cdot R2 = 6 \text{ V}$$

Si puo' verificare che il transistor opera in regione attiva.

2- Per calcolare il guadagno si puo' osservare che il segnale V_i si trova tutto sul source del transistor. La corrente di segnale che entra nel transistor M e':

$$i_s = -\frac{v_i}{R1}$$

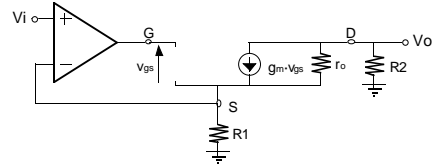
Questa corrente arriva tutta sul carico R2 e la tensione v_o risulta:

$$v_o = i_s \cdot R2 = -\frac{R2}{R1} \cdot v_i$$

Da cui ne segue che:

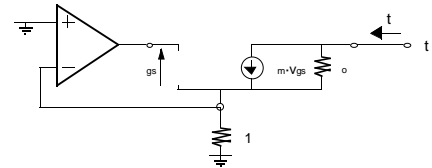
$$\frac{v_o}{v_i} = -\frac{R2}{R1}$$

Lo stesso si puo' anche ricavare dal circuito equivalente mostrato in figura.



3-

L'impedenza di uscita si ricava studiando il circuito di piccolo segnale mostrato in figura, ove si applica una segnale di test V_t e si ricava I_t.



Il guadagno finito dell'amplificatore fa sì che valga la relazione:

$$v_g = -A \cdot v_s$$

La corrente I_t arriva tutta su R1 e quindi si segue che:

$$v_s = I_t \cdot R1$$

La corrente su ro (I_{ro}) si puo' poi scrivere come:

$$I_{ro} = I_t - g_m \cdot v_{gs} = I_t - g_m \cdot (-A \cdot v_s - v_s) = I_t + (A+1) \cdot g_m \cdot R1 \cdot I_t = I_t \cdot (1 + g_m \cdot R1 \cdot (A+1))$$

Da cui si ricava l'espressione di V_t come serie di V_{ro} e v_s:

$$V_t = I_{ro} \cdot r_o + v_s = I_t \cdot (1 + g_m \cdot R1 \cdot (A+1)) \cdot r_o + I_t \cdot R1$$

Da cui si ha:

VI - 10

September 25, 2000

$$Z_{out} = \frac{V_t}{I_t} = R1 + r_o \cdot (1 + g_m \cdot R1 \cdot (1+A))$$

Esercizio 3

1- Bisogna distinguere due regioni: per V_i<0 e per V_i>0.

Per V_i<0, una corrente tenderebbe ad essere assorbita dal generatore V_i. Questa corrente non puo' arrivare da transistor M in quanto, anche considerando che operi in maniera inversa (cioe' scambiando D con S), l'eventuale V_{GS} sarebbe comunque nulla e quindi il transistor non puo' condurre corrente ed e' spento. La reazione e' aperta e non vale il principio di massa virtuale.

Non passa allora alcuna corrente su R, e quindi il nodo V⁻ si porta allora a:

$$V^- = V_i$$

L'amplificatore opera ad anello aperto e quindi l'uscita si porta al livello di saturazione positiva (V_{SAT}⁺).

Per V_i>0, una corrente tende a scorrere dal generatore di corrente per scorrere nel transistor M. Tale corrente si esprime come:

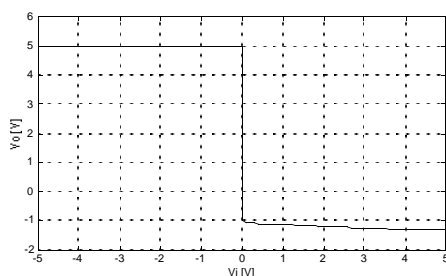
$$I = \frac{V_i}{R}$$

In questo caso il transistor puo' accettare tale corrente. In aggiunta, essendo V_{DS}=0, il transistor opera in regione di saturazione. Si puo' allora calcolare la tensione in uscita che corrisponde a -V_{GS}. Quindi

$$V_{GS} = V_{TH} + \sqrt{\frac{I}{\frac{1}{2} \cdot \mu \cdot C_{ox} \cdot \left(\frac{W}{L}\right)}} = V_{TH} + \sqrt{\frac{V_i}{\frac{1}{2} \cdot \mu \cdot C_{ox} \cdot \left(\frac{W}{L}\right) \cdot R}}$$

$$V_o = \left(V_{TH} + \sqrt{\frac{V_i}{\frac{1}{2} \cdot \mu \cdot C_{ox} \cdot \left(\frac{W}{L}\right) \cdot R}} \right)$$

Il grafico della relazione V_o(V_i) e' il seguente:



VI - 11

September 25, 2000

Prova di Esame

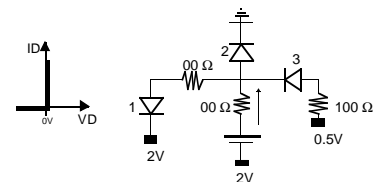
9 Febbraio 1999

Esercizio 1

Nel circuito in figura tutti diodi sono ideali (cioe' hanno la caratteristica mostrata in figura).

Si riconosca lo stato di funzionamento dei tre diodi e il livello della corrente I per:

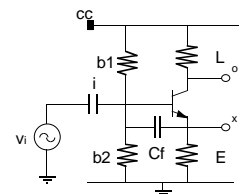
- 1- E = 4V
- 2- E = -1V
- 3- E = -8V



Esercizio 2

- 1- Si valuti il punto operativo;
- 2- Si valuti il guadagno di tensione V_x/V_i;
- 3- Si valuti il guadagno di tensione V_o/V_i;
- 4- Si tracci l'evoluzione di V_o(t) in risposta ad un gradino in ingresso di 100mV.

V_{CC} = 15V
R_{B1} = 5kΩ
R_{B2} = 5kΩ
R_E = 6.8kΩ
R_L = 5kΩ
C_f = 10pF
β > ∞
C_i > ∞

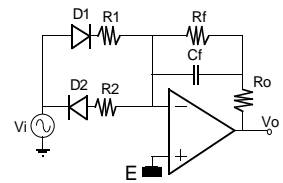


Esercizio 3

Nel circuito in figura, i diodi e l'amplificatore sono ideali.

- 1- Per E=2V, si calcoli il punto di lavoro e la funzione di trasferimento V_o/V_i(s), e si traccino i relativi diagrammi di Bode
- 2- Per E=-1V, si calcoli il punto di lavoro e la funzione di trasferimento V_o/V_i(s)

R₁ = 1kΩ
R₂ = 10kΩ
R_f = 10kΩ
R_o = 1kΩ
C_f = 10pF



Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

VI - 12

September 25, 2000

Soluzioni

9 Febbraio 1999

Esercizio 1

1 - Si adottano le convenzioni indicate in figura

Per $E=4V$, si ha che $V_x = 2V$.

Una corrente $I > 0$ tende allora a scorrere.

In questo modo D2 opera in regione attiva e pertanto $V_y = 0V$.

Ne segue che D3 e' interdetto. Infine

essendo $V_y = 0V$, anche D1 e' acceso.

Per valutare la corrente I , questa risulta data da:

$$I = \frac{V_x}{200\Omega} = 10 \text{ mA}$$

2 -

Per $E=-1V$, si ha che $V_x = -3V$.

Una corrente $I < 0$ tende allora a scorrere. Tale corrente non puo' arrivare da D2 che risulta quindi interdetto.

Supponendo D1 e D3 accesi si puo' scrivere la legge di Kirchoff al nodo Y:

$$\frac{-0.5 - V_y}{100} = \frac{V_y - (-2)}{400} + \frac{V_y - (-3)}{200}$$

Risolviendo per V_y si ottiene:

$$V_y = -1.43V$$

Si puo' verificare che questo valore soddisfa tutte le ipotesi fatte.

3 -

Per $E=-8V$, si ha che $V_x = -10V$. La situazione e' allora analoga a quella del punto 2. Pertanto D1 e D2 sono interdetti e D3 e' attivo. La corrente I e' data da:

$$I = -\frac{-0.5V - (-10V)}{300\Omega} = -31.66 \text{ mA}$$

V_y si porta

$$V_y = -10V - I \cdot 200\Omega = -3.66 \text{ V}$$

Esercizio 2

1 -

Per $\beta \rightarrow \infty$, la corrente di base si puo' trascurare.

La tensione di base V_B si puo' allora calcolare come:

$$V_B = V_{CC} \cdot \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} = 7.5V$$

Assumendo $V_{BE} = 0.7V$, la tensione di emettitore risulta essere:

$$V_E = V_B - 0.7V = 6.8V$$

Ne consegue che la corrente di emettitore e':

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} = 1 \text{ mA}$$

Questa corrente arriva tutta su R_L e pertanto la tensione di collettore risulta:

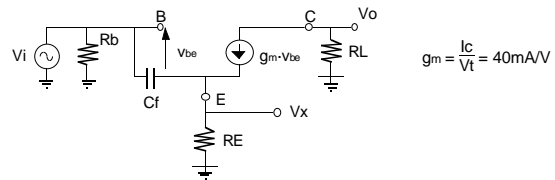
$$V_C = V_{CC} - I_C \cdot R_L = 15V - 1 \text{ mA} \cdot 5k\Omega = 10V$$

2 -

Per il guadagno si utilizza il circuito equivalente di piccolo segnale mostrato in figura:

VI - 13

September 25, 2000



Nel circuito si ha che:

$$V_B = V_i$$

L'equazione di corrente al nodo di emettitore risulta:

$$s \cdot C_f \cdot (V_i - V_x) + g_m \cdot (V_i - V_x) = \frac{V_x}{R_E}$$

Da cui si ricava:

$$V_x = V_i \cdot \frac{s \cdot C_f + g_m}{s \cdot C_f + g_m + \frac{1}{R_E}}$$

$$\frac{V_x}{V_i}(s) = \frac{g_m \cdot R_E}{1 + g_m \cdot R_E} \cdot \frac{1 + s \cdot \frac{C_f}{g_m}}{1 + s \cdot \frac{C_f \cdot R_E}{1 + g_m \cdot R_E}} = 0.732 \cdot \frac{1 + s \cdot 2.5 \cdot 10^{-10}}{1 + s \cdot 2.4908 \cdot 10^{-10}}$$

3 -

La tensione V_o si trova utilizzando il risultato precedente come:

$$V_o = -g_m \cdot (V_i - V_x) \cdot R_L$$

che risulta:

$$\frac{V_o}{V_i}(s) = -\frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_E} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot C_f \cdot \frac{R_E}{1 + g_m \cdot R_E}}$$

4 -

La funzione di trasferimento si puo' scrivere:

$$\frac{V_o}{V_i}(s) = \frac{A}{1 + s \cdot \tau}$$

La risposta al gradino di 100mV sara' quindi un esponenziale.

$$V_o(t) = 100 \text{ mV} \cdot A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$

$$V_o(t) = -100 \text{ mV} \cdot \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_E} \cdot (1 - e^{-t \cdot (1 + g_m \cdot R_E)/(C_f \cdot R_E)})$$

Tale evoluzione va sovrapposta al punto di lavoro dell'uscita e quindi si ha:

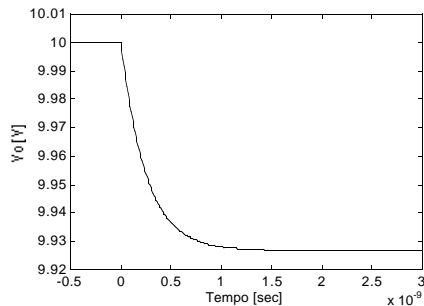
$$V_o(t) = 10V - 100 \text{ mV} \cdot \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_E} \cdot (1 - e^{-t \cdot (1 + g_m \cdot R_E)/(C_f \cdot R_E)})$$

$$V_o(t) = 10V - 73.25 \text{ mV} \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{con } \tau = 2.4908 \cdot 10^{-10}$$

L'evoluzione temporale e' il seguente:

VI - 14

September 25, 2000



Esercizio 3

1 -

Per $E=2V$ tende a scorrere una corrente attraverso R_2 verso il segnale di ingresso, tenendo il diodo D2 polarizzato direttamente. Al contrario, il diodo D1 risulta interdetto. In polarizzazione (per $V_i=0$) il condensatore non viene considerato e il nodo di uscita si porta a:

$$V_o = E \cdot \left(1 + \frac{R_f + R_o}{R_2}\right) = 4.2V$$

La funzione di trasferimento si calcola riconoscendo che la struttura per il segnale V_i e' invertente e quindi si ha che:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_o + \frac{R_f}{1 + s \cdot C_f \cdot R_f}}{R_2} = -\frac{R_f + R_o}{R_2} \cdot \frac{1 + s \cdot C_f \cdot \frac{R_f \cdot R_o}{R_f + R_o}}{1 + s \cdot C_f \cdot R_f}$$

$$\frac{V_o}{V_i}(s) = -A \cdot \frac{1 + s \cdot \tau_z}{1 + s \cdot \tau_p}$$

Con

$$A = \frac{R_f + R_o}{R_2} = 1.1 = 0.82 \text{ dB}$$

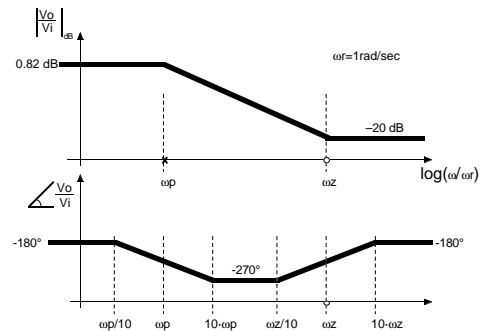
$$\tau_z = C_f \cdot \frac{R_f \cdot R_o}{R_f + R_o} = 9.0909 \text{ nsec}$$

$$\tau_p = C_f \cdot R_f = 0.1 \text{ } \mu\text{sec}$$

I diagrammi di Bode sono i seguenti:

VI - 15

September 25, 2000



2 -

Analogamente che per il punto 1, per $E=-1V$ tende a scorrere una corrente attraverso R_1 dal segnale di ingresso, tenedo polarizzato direttamente il diodo D2. Al contrario, il diodo D1 risulta interdetto.

In polarizzazione il nodo di uscita si porta a:

$$V_o = E \cdot \left(1 + \frac{R_f + R_o}{R_1}\right) = 12V$$

La funzione di trasferimento si calcola riconoscendo che la struttura e' invertente e quindi si ha che:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_o + \frac{R_f}{1 + s \cdot C_f \cdot R_f}}{R_1} = -\frac{R_f + R_o}{R_1} \cdot \frac{1 + s \cdot C_f \cdot \frac{R_f \cdot R_o}{R_f + R_o}}{1 + s \cdot C_f \cdot R_f}$$

VI - 16

September 25, 2000

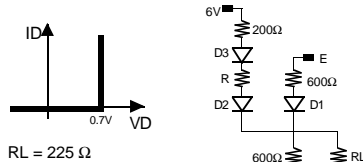
Prova di Esame

23 Febbraio 1999

Esercizio 1

Nel circuito in figura i diodi sono ideali con $V_D=0.7V$ (la loro caratteristica e' indicata in figura).
1- Con $E=2V$, si dimensiona R in modo che su R_L passi una corrente di $8mA$

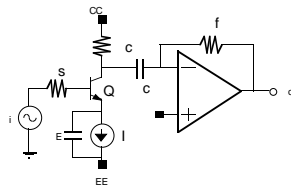
2- Con $E=4V$ e $R=200\Omega$, si calcoli il punto di lavoro del circuito



Esercizio 2

Nel circuito in figura l'amplificatore operazionale e' ideale e $CE \rightarrow \infty$.
1- Si valuti il punto operativo, la funzione di trasferimento e se ne traccino i diagrammi di Bode;
2- Si cortocircuiti il condensatore C_c , si valuti il punto operativo e la funzione di trasferimento;

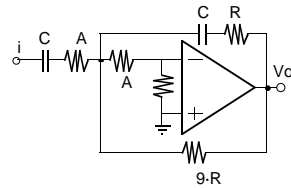
$V_{CC} = 10V$
 $V_{EE} = -10V$
 $I = 1mA$
 $R_c = 6k\Omega$
 $R_s = 10k\Omega$
 $R_f = 2k\Omega$
 $E = 3V$
 $C_c = 10pF$
 $\beta = 100$
 $V_A \rightarrow \infty$



Esercizio 3

Nel circuito in figura, l'amplificatore e' ideale.
1- Si calcoli la funzione di trasferimento $V_o/V_i(s)$
2- Si traccino i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento $V_o/V_i(s)$
3- Si indichi l'ampiezza della sinusoide in uscita in risposta ad una sinusoide in ingresso di $1V$ a $100kHz$

$R = 10k\Omega$
 $C = 10nF$
 $R_A = 100R$



Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

VI - 17

September 25, 2000

Soluzioni

23 Febbraio 1999

Esercizio 1

1-

Se su R_L passa una corrente di $8mA$, la tensione ai suoi capi risulta essere:

$$V_{RL} = 8mA \cdot 225\Omega = 1.8V$$

Da cio' appare subito che $D1$ e' spento, in quanto ai suoi capi non puo esserci una $V_D > 0.7V$.

La corrente attraverso la resistenza di 600Ω risulta essere

$$I_{600\Omega} = \frac{V_{RL}}{600\Omega} = 3mA$$

Quindi la corrente totale che scorre nel ramo di $D2$ e $D3$ e' di

$$I_{tot} = 3mA + 8mA = 11mA$$

La caduta sul ramo composto da $D2$, $D3$, R e la resistenza di 200Ω e':

$$V_{tot} = 6V - 1.8V = 4.2V$$

Di questi, $1.4V$ cadono sui diodi. Sulla resistenza di 200Ω cadono $200\Omega \cdot 11mA$.

Quindi sulla resistenza R cadono:

$$V_R = 4.2V - 1.4V - 200\Omega \cdot 11mA = 0.6V$$

Quindi R viene dimensionata come:

$$R = \frac{0.6V}{11mA} = 54.54\Omega$$

2-

Si suppongano tutti i diodi accesi (cioe' su tutti cadano $0.7V$).

Allora si ha da risolvere l'equazione:

$$\frac{4.6 - V_x}{400\Omega} + \frac{3.3 - V_x}{600\Omega} = \frac{V_x}{600\Omega // 225\Omega}$$

Da cio' si ricava:

$$V_x = 1.654V$$

Quindi la corrente sul ramo di $D2$ e $D3$ vale:

$$I_{D2} = \frac{4.6V - 1.654V}{400\Omega} = 7.365mA$$

Mentre la corrente sul diodo $D1$ e'

$$\frac{3.3 - V_x}{600\Omega} = 2.74mA$$

Queste due correnti passano entrambe sul parallelo di 600Ω e di R_L , la cui corrente e':

$$I_{D2} + I_{D1} = 10.1mA$$

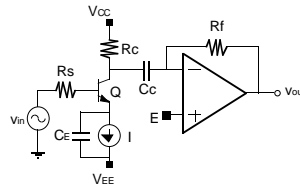
VI - 18

September 25, 2000

Esercizio 2

Nel circuito in figura l'amplificatore operazionale e' ideale e $CE \rightarrow \infty$.
1- Si valuti il punto operativo, la funzione di trasferimento $V_o/V_i(s)$ e se ne traccino i diagrammi di Bode;
2- Si cortocircuiti il condensatore C_c , si valuti il punto operativo e la funzione di trasferimento;

$V_{CC} = 10V$
 $V_{EE} = -10V$
 $I = 1mA$
 $R_c = 6k\Omega$
 $R_s = 10k\Omega$
 $R_f = 2k\Omega$
 $E = 3V$
 $C_c = 10pF$
 $\beta = 100$
 $V_A \rightarrow \infty$



1- Dapprima si calcola la polarizzazione, cortocircuitando V_{in} . La corrente I costituisce la corrente di emettitore del transistor Q . La corrente di base e' quindi:

$$I_B = \frac{I_E}{\beta + 1} = 9.9\mu A$$

La tensione sulla base risulta data da:

$$V_B = 0 - R_S \cdot I_B = -0.099V$$

Da cui la tensione sull'emettitore e':

$$V_E = V_B - 0.7V = 0.799V$$

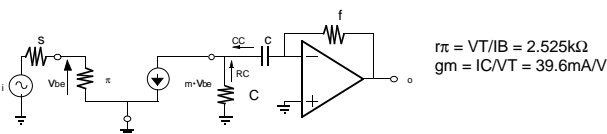
La corrente sul collettore e':

$$I_C = I_E \cdot \frac{\beta}{\beta + 1} = 0.99mA$$

Il condensatore disaccoppia i due stadi. Quindi il punto di lavoro dell'amplificatore operazionale e' indipendente da quello del transistor. Essendo il condensatore un circuito aperto per la polarizzazione, su R_f non passa alcuna corrente, e quindi si ha in polarizzazione:

$$V_o = E = 3V$$

Il guadagno puo' essere calcolato usando il circuito equivalente per piccoli segnali che e' mostrato di seguito:



$$r_{\pi} = V_T / I_B = 2.525k\Omega$$

$$g_m = I_C / V_T = 39.6mA/V$$

$$V_{be} = V_i \cdot \frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + R_s} = 0.2 \cdot V_i$$

Il nodo di ingresso invertente dell'amplificatore opera da massa virtuale. Pertanto l'impedenza vista dal collettore e' il parallelo di R_C e di C_C .

La tensione sul collettore e' quindi:

$$V_C = -g_m \cdot v_{be} \cdot (R_C // C_C) = -g_m \cdot \frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + R_s} \cdot V_i \cdot \frac{R_C}{1 + s \cdot R_C \cdot C_C}$$

La corrente I_{CC} e' quindi data da:

$$I_{CC} = \frac{0 - V_C}{\frac{1}{s \cdot C_C}} = -s \cdot C_C \cdot V_C$$

VI - 19

September 25, 2000

Questa corrente scorre tutta su R_f e quindi V_o si ottiene come:

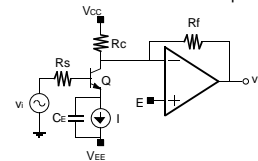
$$V_o = I_{CC} \cdot R_f = -g_m \cdot \frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + R_s} \cdot V_i \cdot \frac{R_C}{1 + s \cdot R_C \cdot C_C} \cdot s \cdot C_C \cdot R_f$$

e quindi si ha che il guadagno si puo' scrivere come:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + R_s} \cdot \frac{s \cdot C_C \cdot R_C}{1 + s \cdot R_C \cdot C_C} \cdot g_m \cdot R_f$$

2-

Se il condensatore viene cortocircuitato la situazione e' quella mostrata in figura:



La corrente che entra nel collettore e' la stessa calcolata al punto 1, e cioe':

$$I_C = 0.99mA$$

Per il principio di massa virtuale la tensione sul collettore e' quindi fissata dalla reazione attorno all'amplificatore e vale:

$$V_C = E$$

Cio' comporta che dalla resistenza R_C scenda una corrente:

$$I_{RC} = \frac{V_{CC} - E}{R_C} = 1.166mA$$

Per la legge di Kirchhoff al nodo di massa virtuale nella resistenza R_f passa una corrente I_{Rf} data da:

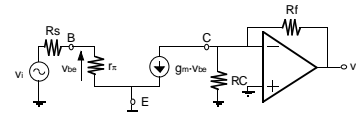
$$I_{Rf} = I_{RC} - I_C = 0.167mA$$

Per cui la tensione in continua sul nodo di uscita e':

$$V_o = E - I_{Rf} \cdot R_f = 2.66V$$

Per il calcolo del guadagno, si usa ancora il circuito equivalente di piccolo segnale, come mostrato in figura.

I valori dei parametri del transistor non sono cambiati in quanto le condizioni perative di Q non sono cambiate.



Il guadagno puo' pero' essere ricavato dall'espressione trovata al punto 1 facendo tendere $C_C \rightarrow \infty$, ottenendo:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + R_s} \cdot g_m \cdot R_f$$

VI - 20

September 25, 2000

Esercizio 3

1-

Se l'amplificatore e' ideale, allora vale il principio di masa virtuale, e quindi sulla resistenza tra i morsetti di ingresso non passa corrente. Non passa corrente quindi anche nella resistenza RA in serie al morsetto di ingresso della amplificazione operazione.

La funzione di trasferimento si calcola allora riconoscendo la configurazione invertente:

$$\frac{V_o}{V_i} = - \frac{99 \cdot R // (R + \frac{1}{s \cdot C})}{RA + \frac{1}{s \cdot C}} = - \frac{99 \cdot s \cdot C \cdot R \cdot (1 + s \cdot C \cdot R)}{(1 + 100 \cdot s \cdot C \cdot R) \cdot (1 + s \cdot C \cdot RA)} = \frac{s \cdot \tau_{z1} \cdot (1 + s \cdot \tau_{z2})}{(1 + s \cdot \tau_{p1}) \cdot (1 + s \cdot \tau_{p2})}$$

$$\tau_{z1} = 99 \cdot C \cdot R = 9.9000e-03 \Rightarrow \omega_{z1} = 1/\tau_{z1} = 101.01 \text{ rad/sec}$$

$$\tau_{z2} = C \cdot R = 1.0000e-04 \Rightarrow \omega_{z2} = 1/\tau_{z2} = 10 \text{ krad/sec}$$

$$\tau_{p1} = 100 \cdot C \cdot R = 1.0000e-02 \Rightarrow \omega_{p1} = 1/\tau_{p1} = 100 \text{ rad/sec}$$

$$\tau_{p2} = C \cdot RA = 1.0000e-02 \Rightarrow \omega_{p2} = 1/\tau_{p2} = 100 \text{ rad/sec}$$

3-

La frequenza di 100kHz e' superiore a tutti i poli e zeri. Il guadagno si puo' quindi calcolare come limite per s-> o per osservazione del circuito cortocircuitando tutti i condensatori.

Il guadagno risulta pertanto:

$$\text{Gain} = - \frac{99 \cdot R // R}{RA} = 0.0099$$

VI - 21

September 25, 2000

Prova di Esame

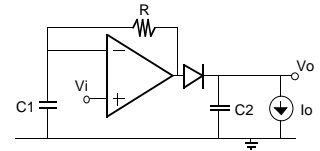
27 Aprile 1999

Esercizio 1

Nel circuito in figura il diodo e' reale e l'amplificatore operazionale e' reale.

$I_o = 1 \mu A$, $C_1 = C_2 = 10 \mu F$, $R = 10 k\Omega$

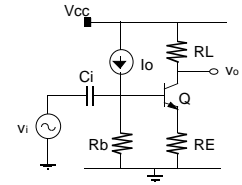
1 - Si calcoli la funzione di trasferimento v_o/v_i e se ne traccino i diagrammi di Bode
2 - Nel caso $C_1 = 0$, si indichi la risposta in transitorio ad un gradino in ingresso di 100mV.

**Esercizio 2**

1- Si valuti il punto operativo (si assumi $V_{BE} = 0.7V$);

2- Si valuti il guadagno di tensione V_o/V_i ;

3- Si dica qual e' il massimo segnale in ingresso V_i positivo possibile perche' lo stadio operi in regione lineare (si assumi V_{CB} di saturazione di 0V)

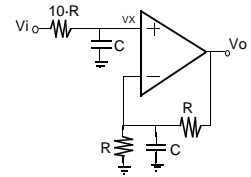
 $V_{CC} = 15V$ $I_o = 1mA$ $R_b = 6k\Omega$ $R_E = 5k\Omega$ $R_L = 5k\Omega$ $\beta = 50$ **Esercizio 3**

Nel circuito in figura, l'amplificatore e' ideale.

1- Si calcoli la funzione di trasferimento $V_o/V_i(s)$

2- Si traccino i relativi diagrammi di Bode

3- Si valuti l'ampiezza in uscita di una sinusoide in risposta ad una sinusoide in ingresso di 100mV a 100Mrad/sec

 $R = 1k\Omega$ $C = 10pF$ 

Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

VI - 22

September 25, 2000

Soluzioni

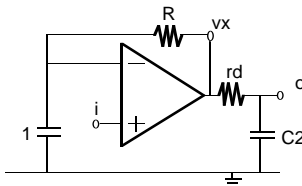
27 Aprile 1999

Esercizio 1

1- Per un piccolo segnale il diodo si comporta come una resistenza di valore:

$$r_d = \frac{V_t}{I_d} = \frac{26mV}{1\mu A} = 26k\Omega$$

Per calcolare la funzione di trasferimento il circuito diventa il seguente



Si ha quindi che:

$$\frac{v_x}{V_i} = 1 + \frac{R}{\frac{1}{s \cdot C_1}} = 1 + s \cdot R \cdot C_1$$

$$\frac{V_o}{v_x} = \frac{\frac{1}{s \cdot C_2}}{r_d + \frac{1}{s \cdot C_2}} = \frac{1}{1 + s \cdot r_d \cdot C_2}$$

Da cio' si ottiene:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{v_x} \cdot \frac{v_x}{V_i} = \frac{1 + s \cdot R \cdot C_1}{1 + s \cdot r_d \cdot C_2}$$

3- Per $C_1 = 0$ la funzione di trasferimento diventa

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + s \cdot r_d \cdot C_2}$$

che rappresenta quindi solo un polo.

La risposta al gradino di 100mV e' quindi:

$$V_o(t) = 100mV \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{r_d \cdot C_2}\right)\right)$$

Esercizio 2

1- La corrente I_o si divide tra la corrente di base del transistor Q e R_b .

Si puo' quindi scrivere

$$I_o = \frac{V_B}{R_b} + I_B$$

I_B si puo' poi esprimere in funzione di I_E

$$I_B = \frac{I_E}{1 + \beta}$$

ed anche V_B :

VI - 23

September 25, 2000

$$V_B = V_{BE} + R_E \cdot I_E$$

Sostituendo queste due ultime relazioni nella prima si ottiene:

$$I_o = \frac{V_{BE} + R_E \cdot I_E}{R_b} + \frac{I_E}{1 + \beta}$$

Da questa si ricava I_E

$$I_E = \frac{(I_o \cdot R_b - V_{BE}) \cdot (1 + \beta)}{R_b + R_E \cdot (1 + \beta)} = 1.03mA$$

$V_B = I_E \cdot R_E + V_{BE} = 5.87V$

$$V_C = 15V - \frac{\beta}{\beta + 1} \cdot I_E \cdot R_L = 9.92V$$

2- Il circuito opera da stadio di guadagno con emettitore degenerato. Il suo guadagno risulta quindi essere:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_E} = 0.994$$

ove si e' tenuto:

$$g_m = \frac{I_C}{V_t} = \frac{I_E}{V_t} \cdot \frac{\beta}{\beta + 1} = 39.04mA/V$$

3- Lo stadio esce dalla sua zona lineare quando il transistor viene saturato.

La saturazione si ottiene per $V_{CB} = 0V$. Si esprime allora la V_{CB} in funzione del segnale di ingresso.

$$V_B = V_{Bo} + V_i$$

$$V_C = V_{Co} + A \cdot V_i$$

ove $V_{Bo} (=5.87V)$ e $V_{Co} (=9.92V)$ sono i valori in continua. A ($= -0.994$) e' il guadagno.

Da cio' si deve risolvere per V_i l'equazione:

$$V_{CB} = V_{Co} + A \cdot V_i - (V_{Bo} + V_i) = 0$$

Si ottiene:

$$V_i = \frac{V_{Co} - V_{Bo}}{1 - A} = 2.027V$$

Esercizio 3

1 - Si scrive

$$\frac{v_x}{V_i} = \frac{\frac{1}{s \cdot C}}{10 \cdot R + \frac{1}{s \cdot C}} = \frac{1}{1 + 10 \cdot s \cdot R \cdot C}$$

Inoltre :

$$\frac{V_o}{v_x} = 1 + \frac{R}{\frac{R}{1 + s \cdot R \cdot C}} = 2 + s \cdot R \cdot C$$

Da cio' si ottiene:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{v_x} \cdot \frac{v_x}{V_i} = \frac{1}{1 + 10 \cdot s \cdot R \cdot C} \cdot (2 + s \cdot R \cdot C) = \frac{2 + s \cdot R \cdot C}{1 + 10 \cdot s \cdot R \cdot C}$$

2- La funzione di trasferimento ha un polo ed uno zero. Il polo si trova alla pulsazione:

$$\omega_p = \frac{1}{10 \cdot R \cdot C} = 10 \text{ Mrad/sec}$$

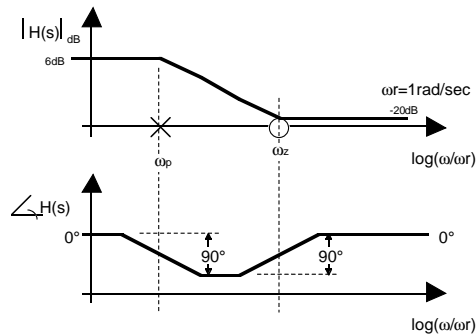
mentre lo zero e' alla pulsazione

VI - 24

September 25, 2000

$$\omega z = \frac{2}{R \cdot C} = 200 \text{ Mrad/sec}$$

I diagrammi di Bode sono i seguenti:



3- L' ampiezza in uscita si valuta calcolando il modulo della funzione di trasferimento V_o/V_i .

Per $\omega = 100 \text{ Mrad/sec}$, si ottiene che il guadagno e' 0.2225 e quindi in uscita risulta una sinusoide di 22.25mV

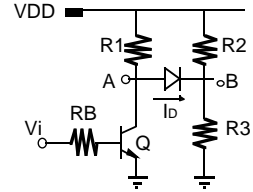
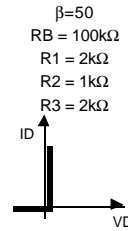
Prova di Esame

29 Giugno 1999

Esercizio 1

Calcolare le tensioni a nodi A e B ($V_A = V_B$) e la corrente nel diodo (I_D) nei casi:

- 1- $V_i = -2V$
- 2- $V_i = +3V$
- 3- $V_i = +12V$

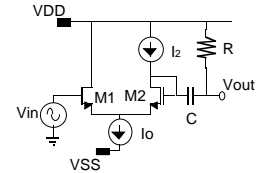


Esercizio 2

Nel circuito in figura si valuti:

- 1- il punto operativo;
- 2- il guadagno di tensione $A_V = V_{out}/V_{in}(s)$;
- 3- si tracci il diagramma di Bode di $V_{out}/V_{in}(s)$;

$V_{DD} = 15V$
 $V_{SS} = -15V$
 $I_o = 3mA$
 $I_2 = 1mA$
 $k_1 = k_2 = 5mA/V^2$
 $R = 10k\Omega$
 $C = 10\mu F$



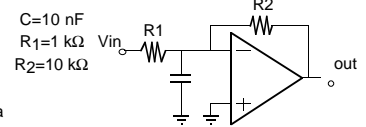
Esercizio 3

1- Nell'ipotesi in cui l'amplificatore sia ideale, si valuti la funzione di trasferimento V_{out}/V_{in} .

Nell' ipotesi in cui il guadagno dell' amplificatore sia $A=100$:

2- Si valuti la funzione di trasferimento V_{out}/V_{in}

3- Si valuti il contributo all'uscita di una tensione di offset dell'amplificatore $e_o = 10 \text{ mV}$



Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

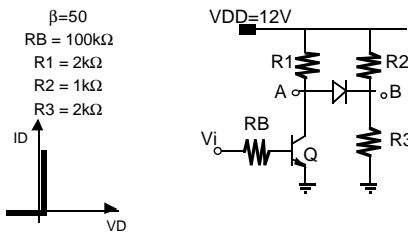
Soluzioni

29 Giugno 1999

Esercizio 1

Calcolare le tensioni a nodi A e B ($V_A = V_B$) e la corrente nel diodo (I_D) nei casi:

- 1- $V_i = -2V$
- 2- $V_i = +3V$
- 3- $V_i = +12V$



1- Si osserva che per $V_i = -2V$ nella maglia formata da $V_i - RB - Q$ la corrente tenderebbe a scorrere dalla base del transistor a V_i che e' alla tensione piu' negativa. Cio' e' impossibile e quindi il transistor risulta spento Q .

Si fa ora l'ipotesi che il diodo sia acceso. Allora si ha che $V_D = 0V$ e $V_A = V_B$. Il diodo si comporta da corto-circuito: le due resistenze da R_1 e R_2 sono allora in parallelo

Si puo' scrivere allora che:

$$V_A = V_B = V_{DD} \cdot \frac{R_3}{R_3 + (R_1 // R_2)} = V_{DD} \cdot \frac{3}{4} = 9V$$

Si puo' facilmente verificare l'ipotesi di diodo acceso.

2- Per $V_i = 3V$, si puo' calcolare la corrente di base del transistor come:

$$I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} = 0.023mA$$

La corrente del transistor risulta quindi essere:

$$I_Q = \beta \cdot I_B = 1.15mA$$

Si fa ora l'ipotesi che il diodo sia acceso. Allora si ha che $V_D = 0V$ e $V_A = V_B$. Il diodo si comporta da corto-circuito: le due resistenze da R_1 e R_2 sono allora in parallelo

La corrente che scende da tali resistenze risulta essere:

$$I_R = \frac{V_{DD} - V_B}{R_1 // R_2}$$

Tale corrente deve essere uguale alla somma della corrente di collettore del transistor e della corrente che passa in R_3 . E' quindi data da:

$$I_T = I_Q + I_{R3} = I_Q + \frac{V_B}{R_3}$$

Quindi si ottiene:

$$I_Q + \frac{V_B}{R_3} = \frac{V_{DD} - V_B}{R_1 // R_2}$$

Da cui si ricava:

$$V_B = \frac{\frac{V_{DD}}{R_1 // R_2} - I_Q}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 // R_2}} = 8.425V$$

La corrente su R_1 risulta essere:

$$I_{R1} = \frac{V_{DD} - V_B}{R_1} = 1.7875 \text{ mA}$$

Da cui si ricava che I_D e' data da:

$$I_D = I_{R1} - I_Q = 0.6375 \text{ mA}$$

Si puo' verificare che tale soluzione soddisfa tutte le ipotesi fatte.

3- Per $V_i = 12V$, si puo' svolgere l'esercizio come per il punto 2. Si ottiene quindi che la corrente del transistor risulta essere:

$$I_Q = \beta \cdot \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} = 5.65 \text{ mA}$$

Supponendo il diodo acceso, per V_B si trova il valore:

$$V_B = \frac{\frac{V_{DD}}{R_1 // R_2} - I_Q}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 // R_2}} = 6.175 \text{ V}$$

La corrente su R_1 e' data da:

$$I_{R1} = \frac{V_{DD} - V_B}{R_1} = 2.9125 \text{ mA}$$

Da cui si ricava che I_D e' data da:

$$I_D = I_{R1} - I_Q = -2.7375 \text{ mA}$$

L'ipotesi di diodo acceso e' quindi falsa.

Si fa quindi l'ipotesi di diodo spento. Allora i due nodi A e B sono indipendenti e le loro tensioni si calcolano come:

$$V_A = V_{DD} - R_1 \cdot I_Q = 0.7V$$

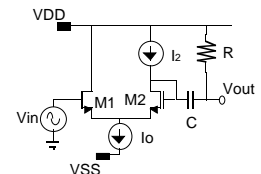
$$V_B = V_{DD} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 8V$$

Esercizio 2

Nel circuito in figura si valuti:

- 1- il punto operativo;
- 2- il guadagno di tensione $A_V = V_{out}/V_{in}(s)$;
- 3- si tracci il diagramma di Bode di $V_{out}/V_{in}(s)$;

$V_{DD} = 15V$
 $V_{SS} = -15V$
 $I_o = 3mA$
 $I_2 = 2mA$
 $k_1 = k_2 = 1mA/V^2$
 $R = 3k\Omega$
 $C = 1\mu F$



La corrente I_2 passa completamente su M_2 . Quindi la corrente su M_1 e' data da:

$$I_{M1} = I_T - I_2 = 1mA$$

E' possibile allora calcolare le V_{GS} di M_1 e M_2 .

$$V_{GS} = V_{TH} + \sqrt{\frac{I}{k}}$$

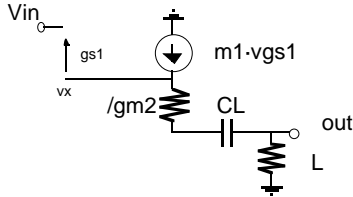
$$V_{GS1} = V_{TH} + \sqrt{\frac{I_1}{k}} = 1 + \sqrt{\frac{1mA}{1mA/V^2}} = 2 \text{ V}$$

$$V_{GS2} = V_{TH} + \sqrt{\frac{I_2}{k}} = 1 + \sqrt{\frac{2mA}{1mA/V^2}} = 2.414 \text{ V}$$

Il gate di M_1 e' a 0V in polarizzazione.

Ne segue che i due source di M1 e M2 si portano a $-2V$.
Infine in gate di M2 si porta a $0.414V$.

Per il calcolo del guadagno si deve studiare il circuito equivalente a piccolo segnale.
Dapprima si osserva che M2 e' connesso a diodo; come tale il suo circuito equivalente a piccolo segnale e' una resistenza di valore $1/g_{m2}$.
Il circuito equivalente a piccolo segnale e' il seguente



Si puo' assumere

$$Z_T = \frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{s \cdot CL} + R_L$$

Si puo' quindi scrivere il guadagno dell'inseguitore di source:

$$\frac{V_x}{V_{in}} = \frac{g_{m1} \cdot Z_T}{1 + g_{m1} \cdot Z_T}$$

Il segnale in uscita si ricava poi come partizione di vx:

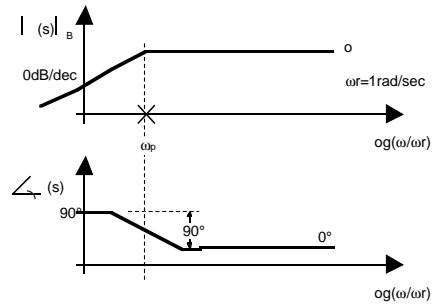
$$\frac{V_{out}}{V_x} = \frac{R_L}{Z_T}$$

Si scrive quindi:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_{out}}{V_x} \cdot \frac{V_x}{V_{in}} = \frac{g_{m1} \cdot Z_T}{1 + g_{m1} \cdot Z_T} \cdot \frac{R_L}{Z_T} = \frac{g_{m1} \cdot R_L}{1 + g_{m1} \cdot Z_T}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{g_{m1} \cdot R_L}{1 + g_{m1} \cdot Z_T} = \frac{g_{m1} \cdot R_L}{1 + g_{m1} \cdot \left(\frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{s \cdot CL} + R_L \right)}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = H(s) = \frac{s \cdot CL \cdot R_L}{1 + s \cdot CL \cdot \left(\frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}} + R_L \right)} = \frac{s \cdot \tau_z}{1 + s \cdot \tau_p} = \frac{s/\omega_z}{1 + s/\omega_p}$$



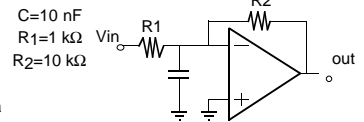
$$A_o = \frac{R_L}{\frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}} + R_L}$$

Esercizio 3

1- Nell'ipotesi in cui l'amplificatore sia ideale, si valuti la funzione di trasferimento V_{out}/V_{in} .

Nell' ipotesi in cui l' amplificatore operazionale abbia guadagno $A=100$:
2- Si valuti la funzione di trasferimento V_{out}/V_{in}

3- Si valuti il contributo all'uscita di una tensione di offset dell'amplificatore
 $e_o = 10 \text{ mV}$



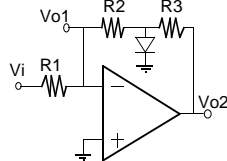
Prova di Esame

13 Luglio 1999

Esercizio 1

Il diodo e' ideale.
L'amplificatore operazionale e' ideale con $V_{sat}^+ = -V_{sat}^- = 10V$.
Il segnale in ingresso $V_i(t)$ e' una sinusoide di $1V$

- 1- Si tracci la forma d'onda $V_{o1}(t)$
- 2- Si tracci la forma d'onda $V_{o2}(t)$



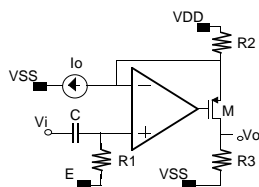
Esercizio 2

1- Si calcoli il punto di lavoro del circuito in figura

$V_{DD} = 15V$
 $V_{SS} = -15V$
 $I_o = 0.5mA$
 $E = 5V$

2- Si calcoli il guadagno $V_{out}/V_{in}(s)$ e se ne traccino i diagrammi di Bode

$V_{TH} = -1V$
 $k = 10mA/V^2$
 $R_1 = R_2 = R_3 = 10k\Omega$
 $C = 10\mu F$



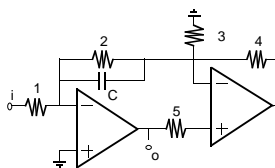
Esercizio 3

Nel circuito gli amplificatori operazionali sono ideali.

Si valuti:

- 1- il guadagno di tensione $A_v = v_o/v_i(s)$;
- 2- Si dimensioni il condensatore C in modo che il filtro realizzi una funzione di tipo passabasso con frequenza di taglio di $100kHz$
- 3- si calcoli l'effetto sul nodo di uscita dell'offset del primo amplificatore.

$R_1 = 10k\Omega$
 $R_2 = 10k\Omega$
 $R_3 = 10k\Omega$
 $R_4 = 10k\Omega$
 $R_5 = 1k\Omega$



Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

Soluzioni

Esercizio 1

Si valuta il comportamento del circuito per $V_i > 0$ e per $V_i < 0$

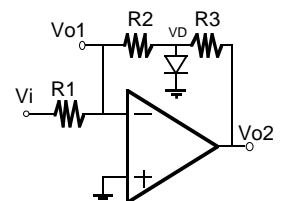
Per $V_i > 0$, si suppone il diodo spento. Vale allora il principio di massa virtuale. Il nodo VD si porta a

$$V_D = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i < 0$$

Quindi il diodo e' effettivamente spento (e' quindi come se non ci fosse).
Se vale il principio di massa virtuale V_{o1} e' sempre uguale a 0.

Il guadagno su V_{o2} e' dato da:

$$\frac{V_{o2}}{V_i} = -\frac{R_2 + R_3}{R_1}$$



Per $V_i < 0$, si suppone il diodo acceso. In questo caso l' anello di reazione risulta aperto e non vale piu' il principio di massa virtuale.

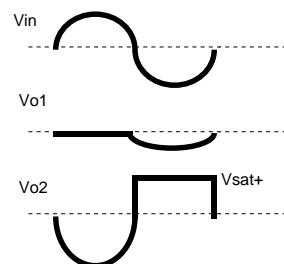
Il nodo VD si porta a $0V$.

Il guadagno sul nodo V_{o1} e' dato da:

$$\frac{V_{o1}}{V_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

V_{o1} e' sempre negativo. L'amplificatore opera ad anello aperto e quindi V_{o2} si porta alla saturazione positiva (V_{sat}^+).

Il grafico delle forme d'onda e' quindi il seguente:



Esercizio 2

1-

Il nodo di ingresso positivo dell'amplificatore si porta a E. Essendo l'anello di reazione chiuso, anche il nodo di ingresso negativo e' alla tensione E.

E' possibile allora calcolare la corrente attraverso R_2 che e' data da:

$$I_{R2} = \frac{V_{DD} - E}{R_2} = \frac{15V - 5V}{10k\Omega} = 1mA$$

Di questa corrente lo scorre verso VSS attraverso il generatore di corrente. La corrente del transistor MOS risulta essere:

$$I_M = I_{R2} - I_o = 1\text{mA} - 0.5\text{mA} = 0.5\text{mA}$$

Il transistor si suppone operi in regione di saturazione. La relazione tensione-corrente e' allora:

$$I = k \cdot (V_{GS} - |V_{TH}|)^2$$

ove V_{GS} e V_{TH} sono entrambe negative in quanto il transistor e' un PMOS. Risolvendo l'equazione per V_{GS} si ottengono i due valori

$$V_{GS} = [0.776, 1.223]$$

Quello valido e' il secondo in quanto e' maggiore della tensione di soglia. Quindi si ottiene:

$$V_{GS} = -1.223\text{V}$$

Da cui:

$$V_G = E - 1.223\text{V} = 3.777\text{V}$$

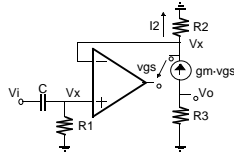
La corrente del transistor scorre tutta su R3. Vo risulta quindi essere:

$$V_o = V_{SS} + R3 \cdot I_M = -15\text{V} + 10\text{k}\Omega \cdot 0.5\text{mA} = -10\text{V}$$

Da cui e' facile verificare la validita' dell' ipotesi di transistor in saturazione

2-

Il circuito equivalente di piccolo segnale e' il seguente:



Si valuta V_o/V_i come:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_x}{V_i} \cdot \frac{V_o}{V_x}$$

Con:

$$\frac{V_x}{V_i} = \frac{s \cdot C \cdot R1}{1 + s \cdot C \cdot R1} = \frac{s/\omega_p}{1 + s/\omega_p}$$

La corrente di segnale su R2 (I_2) passa tutta attraverso il transistor MOS (cioe' attraverso il generatore comandato $gm \cdot v_{gs}$) e arriva su R3.

Si scrive allora:

$$V_o = -I_2 \cdot R3 = -\frac{V_x}{R2} \cdot R3$$

Da cio' si ottiene:

$$\frac{V_o}{V_x} = -\frac{R3}{R2}$$

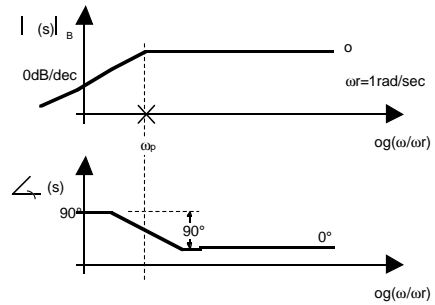
In totale si ottiene:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_x}{V_i} \cdot \frac{V_o}{V_x} = -\frac{s \cdot C \cdot R1}{1 + s \cdot C \cdot R1} \cdot \frac{R3}{R2} = -A_o \cdot \frac{s/\omega_p}{1 + s/\omega_p}$$

Il diagramma di Bode risulta essere

VI - 33

September 25, 2000



Con

$$\omega_p = \frac{1}{C \cdot R1} = 10 \text{ rad/sec}$$

$$A_o = \frac{R3}{R2} = 1$$

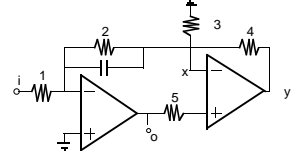
Esercizio 3

1-

Si scrive l' equazione di Kirchoff delle correnti nella massa virtuale del primo amplificatore.

$$\frac{V_i}{R1} = \frac{-V_x}{R2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot R2 \cdot C}$$

Per il principio di massa virtuale sul secondo operazionale si ha che $V_o = V_x$ (su R5 non scorre corrente in quanto il secondo operazionale e' ideale).



Da cui si ottiene:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R2}{R1} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot R2 \cdot C}$$

Si nota come il secondo operazionale, R3, R4, e R5 siano ininfluenti nel guadagno V_o/V_i .

2-

La frequenza di taglio e' data da:

$$f_p = \frac{1}{2\pi \cdot R2 \cdot C}$$

Da cui si ricava:

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot R2 \cdot f_p} = 15.9 \mu\text{F}$$

VI - 34

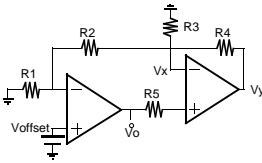
September 25, 2000

3-

Per lo studio dell'effetto dell'offset del primo amplificatore si usa il circuito per la continua in figura.

DA cui si ottiene che:

$$\frac{V_o}{V_{offset}} = \frac{V_x}{V_{offset}} = 1 + \frac{R2}{R1} = 2$$



VI - 35

September 25, 2000

VI - 36

September 25, 2000

Prima Prova di Esonero

27 Aprile 1999

Esercizio 1

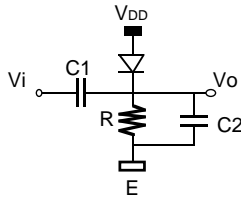
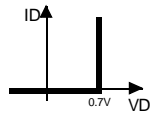
1- Per $E=3V$ ed assumendo per il diodo la caratteristica illustrata, si calcoli il punto di lavoro e la funzione di trasferimento per piccolo segnale V_o/V_i
 2- Per $E=3V$, si indichi la risposta temporale del circuito ad un gradino in ingresso di $100mV$
 3- Per $E=6V$ ed assumendo per il diodo la caratteristica illustrata, si calcoli il punto di lavoro e la funzione di trasferimento per piccolo segnale V_o/V_i

$$C1 = 1\mu F$$

$$C2 = 1\mu F$$

$$R = 1.3 k\Omega$$

$$V_{DD}=5V$$



Esercizio 2

Nel circuito in figura si valuti:
 1- il punto operativo (in questo caso si trascuri la corrente di base);
 2- il guadagno di tensione $A_v = v_o/v_i$; (si assumi $C_i \rightarrow \infty$, $C_o \rightarrow \infty$)
 3- come cambia il punto di lavoro considerando la corrente di base

$$\beta = 100$$

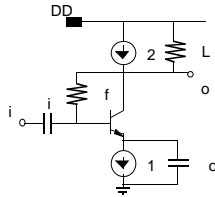
$$R_L = 3k\Omega$$

$$R_f = 10k\Omega$$

$$V_{DD} = 10V$$

$$I_1 = 3mA$$

$$I_2 = 1mA$$



Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

VI - 37

September 25, 2000

Soluzioni

Esercizio 1

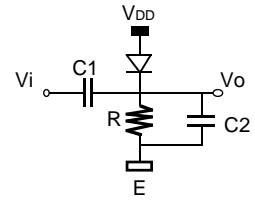
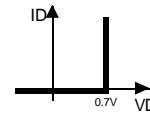
1- Per $E=3V$ ed assumendo per il diodo la caratteristica illustrata, si calcoli il punto di lavoro e la funzione di trasferimento per piccolo segnale V_o/V_i
 2- Per $E=3V$, si indichi la risposta temporale del circuito ad un gradino in ingresso di $100mV$
 3- Per $E=6V$ ed assumendo per il diodo la caratteristica illustrata, si calcoli il punto di lavoro e la funzione di trasferimento per piccolo segnale V_o/V_i

$$C1 = 1\mu F$$

$$C2 = 1\mu F$$

$$R = 1k\Omega$$

$$V_{DD}=5V$$



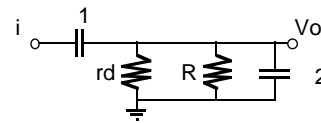
1. Per valutare il punto di lavoro, i condensatori vanno trascurati. la corrente nel diodo risulta essere data da:

$$I_D = \frac{5V - 0.7V - 3V}{1.3k\Omega} = 1mA$$

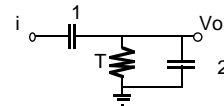
Il nodo V_o si porta a $4.3V$.

Per il calcolo della funzione di trasferimento, si passa al circuito equivalente per piccolo segnale. Il diodo viene sostituito con la resistenza r_d data da:

$$r_d = \frac{V_T}{I_D} = \frac{25mV}{1mA} = 25\Omega$$



che si può ridisegnare come



con $R_T = R // r_d = 24.528\Omega$

La funzione di trasferimento si calcola allora:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{R_T}{1+s \cdot R_T \cdot C_2}}{\frac{r_d}{1+s \cdot R_T \cdot C_2} + s \cdot C_1} = \frac{s \cdot R_T \cdot C_1}{1 + s \cdot R_T \cdot (C_1 + C_2)}$$

VI - 38

September 25, 2000

2. La risposta al gradino in transitorio si calcol usando le trasformate di Laplace:

$$V_o(s) = V_i(s) \cdot H(s) = \frac{100mV}{s} \cdot \frac{s \cdot R_T \cdot C_1}{1 + s \cdot R_T \cdot (C_1 + C_2)} = \frac{100m \cdot R_T \cdot C_1}{1 + s \cdot R_T \cdot (C_1 + C_2)}$$

Dalla tabella delle trasformate di Laplace si ottiene:

$$\frac{1}{1 + s \cdot \tau_p} \implies \frac{\exp(-\frac{t}{\tau_p})}{\tau_p}$$

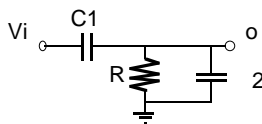
Pertanto l'uscita risulta:

$$V_o(t) = 100m \cdot R_T \cdot C_1 \cdot \frac{\exp(-\frac{t}{\tau_p})}{\tau_p}$$

con

$$\tau_p = R_T \cdot (C_1 + C_2) = 49.056 \mu s$$

3. Per $E=6V$, la corrente tenderebbe a scorrere il direzione opposta quella ammessa dal diodo e quindi non può scorrere corrente ed il diodo è spento. Il nodo V_o si porta a $6V$. Il circuito equivalente per il piccolo segnale del diodo è un circuito aperto e quindi il circuito da studiare è il seguente:



La funzione di trasferimento risulta quindi essere:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{s \cdot R \cdot C_1}{1 + s \cdot R \cdot (C_1 + C_2)}$$

Esercizio 2

Nel circuito in figura si valuti:
 1- il punto operativo;
 2- il guadagno di tensione $A_v = v_o/v_i$; (si assumi $C_i \rightarrow \infty$, $C_o \rightarrow \infty$)

$$\beta = 100$$

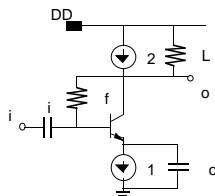
$$R_L = 3k\Omega$$

$$R_f = 10k\Omega$$

$$V_{DD} = 10V$$

$$I_1 = 3mA$$

$$I_2 = 1mA$$



1. La corrente I_1 è la corrente di emettitore del transistor. Trascurando la corrente di base, I_1 è anche la corrente di collettore. Di I_1 , una parte viene assorbita da I_2 e la rimanenza passa attraverso R_L . La corrente su R_L è quindi data da:

VI - 39

September 25, 2000

$$I_{RL} = I_1 - I_2 = 2mA$$

La tensione sul collettore risulta pertanto:

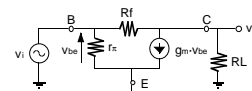
$$V_C = V_{DD} - R_L \cdot I_{RL} = 4V$$

Su R_f non passa corrente ($I_B=0$) e quindi anche la base si porta a:

$$V_B = 4V$$

Il transistor quindi opera in regione attiva.

2. Per il calcolo del guadagno è necessario passare al circuito equivalente per piccolo segnale.



I valori sono quelli relativi al punto di lavoro. Quindi risultano:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{3mA}{25mV} = 120mA/V$$

$$r_{\pi} = \frac{\beta}{g_m} = 833 \Omega$$

Si scrive quindi l'equazione di Kirchhoff delle correnti al nodo di uscita:

$$\frac{V_i - V_o}{R_f} = g_m \cdot V_i + \frac{V_o}{R_L}$$

Da cui si ricava:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_L \cdot (1 - g_m \cdot R_f)}{R_L + R_f}$$

3. Nel caso in cui si consideri $\beta=100$, la corrente su R_L non cambia. Cambia invece la corrente I_C in quanto dovrebbe essere calcolata come:

$$I_C = \frac{\beta}{\beta+1} \cdot I_E = 2.9703mA$$

La corrente di base risulta quindi:

$$I_B = I_E - I_C = 0.0297mA$$

La corrente su R_L (data da I_1-I_1) non cambia. La tensione sul collettore non cambia. Cambia invece la tensione sulla base che diventa:

$$V_B = V_C - R_f \cdot I_B = 4 - 10k\Omega \cdot 0.0297mA = 3.703V$$

VI - 40

September 25, 2000

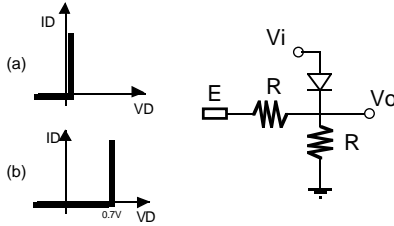
Seconda Prova di Esonero

26 Maggio 1999

Esercizio 1

1- Assumendo per il diodo la caratteristica (a), si calcoli la transcaratteristica $V_o(V_i)$ per V_i tra 0 e 5V.
 2- Assumendo per il diodo la caratteristica (b), si calcoli la transcaratteristica $V_o(V_i)$ per V_i tra 0 e 5V.

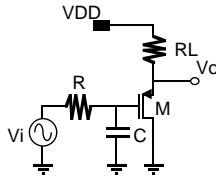
$E=5V$
 $R=2\text{ k}\Omega$



Esercizio 2

Nel circuito in figura si valuti:
 1- il punto operativo;
 2- il guadagno di tensione
 $A_v = v_o/v_i(s)$;
 3- si indichi la risposta di $v_o(t)$ ad un gradino in ingresso di 100mV;

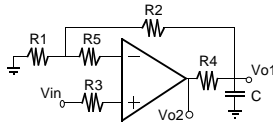
$R_L = 3\text{ k}\Omega$
 $R = 10\text{ k}\Omega$
 $C = 1\mu\text{F}$
 $V_{DD} = 10V$
 $V_{TH} = -1V$
 $k = 1\text{ mA/V}^2$



Esercizio 3

Nel circuito in figura si valuti:
 1- il guadagno di tensione
 $A_v = v_{o1}/v_i(s)$;
 2- il guadagno di tensione
 $A_v = v_{o2}/v_i(s)$;
 3- si tracci il diagramma di Bode di $v_{o2}/v_i(s)$;

$R_1 = 1\text{ k}\Omega$
 $R_2 = 1\text{ k}\Omega$
 $R_3 = 1\text{ k}\Omega$
 $R_4 = 1\text{ k}\Omega$
 $R_5 = 1\text{ k}\Omega$
 $C = 1\mu\text{F}$



Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

VI - 41

September 25, 2000

Soluzioni

Esercizio 1

1- Per $V_i=0$, il diodo e' spento e V_o si porta a

$$V_o = \frac{E}{2}$$

Per V_i che aumenta, questa situazione e' valida finche' V_i non raggiunge $E/2$. A tal punto il diodo si accende e diventa un corto-circuito con V_o . Quindi la relazione $V_o(V_i)$ si puo' scrivere:

$$V_o = \frac{E}{2}$$

$$V_o = V_i$$

$$\text{per } V_i < \frac{E}{2}$$

$$\text{per } V_i \geq \frac{E}{2}$$

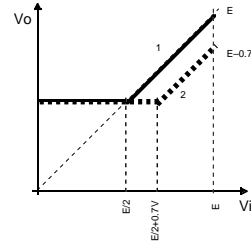
2- Se il diodo ha la caratteristica con $V_D=0.7V$ (quando il diodo e' acceso), allora la soluzione del punto 1 viene modificata dal fatto che il diodo si accende per $V_i > E/2 + 0.7V$. Quindi la soluzione finale e':

$$V_o = \frac{E}{2}$$

$$V_o = V_i - 0.7V$$

$$\text{per } V_i < \frac{E}{2} + 0.7V$$

$$\text{per } V_i \geq \frac{E}{2} + 0.7V$$



Esercizio 2

1- In polarizzazione si spegne il generatore di segnale. Il gate si porta quindi a massa. Si suponga il transistor in saturazione. Si puo' quindi scrivere la seguente equazione per calcolare il punto di lavoro del transistor MOS:

$$I = k \cdot (V_{GS} - V_{TH})^2 = \frac{V_{DD} - V_S}{R}$$

Sostituendo i valori del caso si ottiene:

$$k \cdot (-V_S - V_{TH})^2 = \frac{V_{DD} - V_S}{R}$$

VI - 42

September 25, 2000

Si ottiene un'equazione in V_S del secondo ordine che ha due soluzioni numeriche:

$$V_{S1} = -0.906718$$

$$V_{S2} = 2.57338$$

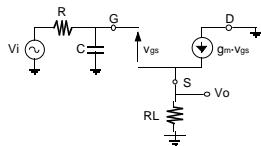
Solo la seconda soluzione corrisponde ad una possibile condizione operativa del transistor MOS (secondo la prima soluzione $V_{GS}=0.906718 > V_{TH}$ quindi il transistor sarebbe spento)

La corrente risulta quindi essere:

$$I = k \cdot (V_{GS} - V_{TH})^2 = \frac{V_{DD} - V_S}{R} = 2.475\text{ mA}$$

Si verifica quindi che il transistor e' effettivamente in saturazione.

2- Il circuito equivalente e' il seguente:



ove i valori dei componenti sono:

$$g_m = 2 \cdot \frac{I}{V_{GS} - V_{TH}} = 2 \cdot \frac{2.475\text{ mA}}{2.57338V - 1V} = 3.146\text{ mA/V}$$

Si ottiene che:

$$\frac{V_g}{V_i} = \frac{1}{1 + s \cdot R \cdot C}$$

Da V_g a V_o il circuito e' un inseguitore di source (drain comune). Il suo guadagno e' quindi:

$$\frac{V_o}{V_g} = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L}$$

Il guadagno globale risulta essere:

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{V_g}{V_i} \cdot \frac{V_o}{V_g} = \frac{1}{1 + s \cdot R \cdot C} \cdot \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L} = A_o \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau}$$

con:

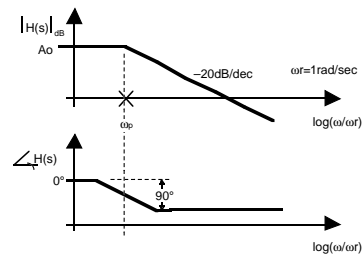
$$A_o = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L} = 0.90 = -0.92\text{ dB}$$

$$\tau = \frac{1}{\omega_p} = R \cdot C = 10\text{ ms}$$

Il diagramma di Bode risulta essere:

VI - 43

September 25, 2000



3- L'uscita nel dominio s risulta essere:

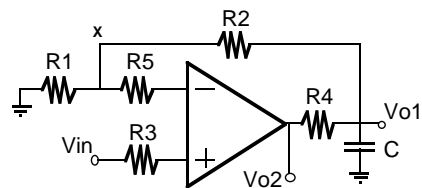
$$V_o(s) = V_i(s) \cdot H(s) = \frac{0.1}{s} \cdot A_o \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau}$$

La risposta nel dominio del tempo si ottiene anti-trasformando l'equazione precedente. Si ottiene:

$$V_o(t) = 0.1 \cdot A_o \cdot (1 - \exp(-(t/\tau)))$$

Esercizio 3

1- L'amplificatore operazionale e' ideale. Ne risulta quindi che R_3 e R_5 non hanno alcun effetto.



Il punto X funziona quindi come massa virtuale e si porta a V_i .

L'equazione di Kirchoff al nodo X risulta quindi:

$$\frac{V_{in}}{R_1} = \frac{V_{o1} - V_{in}}{R_2}$$

Si ricava subito:

$$\frac{V_{o1}}{V_{in}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 2$$

Si puo' poi scrivere l'equazione di Kirchoff al nodo di uscita V_{o1} :

$$\frac{V_{o2} - V_{o1}}{R_4} = \frac{V_{o1} - V_{in}}{R_2} + \frac{V_{o1}}{s \cdot C}$$

Da cui sostituendo V_{o1} come gia' trovato sopra e risolvendo per V_{o2} si ottiene:

VI - 44

September 25, 2000

$$\frac{V_{O2}}{V_{in}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_1}\right) \cdot \left(1 + s \cdot C \cdot R_4 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_4}\right)$$

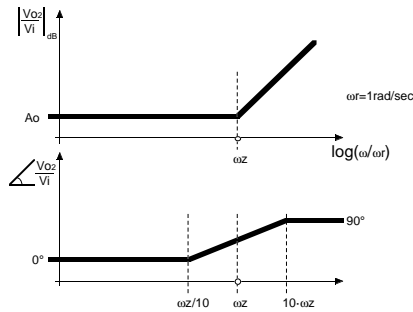
$$\frac{V_{O2}}{V_{in}} = A_o \cdot (1 + s \cdot \tau_z)$$

con

$$A_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_1}\right)$$

$$\tau_z = \frac{1}{\omega_z} = C \cdot R_4 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_4}$$

I diagrammi di Bode sono i seguenti:



Prova di esame

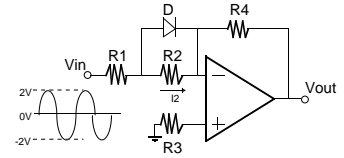
15 Giugno 1999

Esercizio 1

- 1- Assumendo per il diodo la caratteristica in figura, si tracci l'andamento di V_{out} per una sinusoide in ingresso di 2V
- 2- Si tracci l'andamento della corrente I_2



$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2 \text{ k}\Omega$$



Esercizio 2

- Nel circuito in figura si valuti:
- 1- il punto operativo;
 - 2- il guadagno di tensione $A_V = V_{out}/V_{in}(s)$;
 - 3- si tracci il diagramma di Bode di $V_{out}/V_{in}(s)$;

$$R_L = 3 \text{ k}\Omega$$

$$I_T = 3 \text{ mA}$$

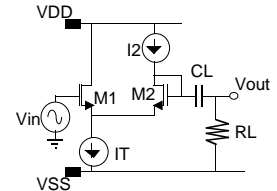
$$I_1 = 2 \text{ mA}$$

$$C = 1 \mu\text{F}$$

$$V_{DD} = 10 \text{ V}$$

$$V_{TH} = 1 \text{ V}$$

$$k = 1 \text{ mA/V}^2$$



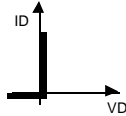
Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

Soluzioni

15 Giugno 1999

Esercizio 1

- 1- Assumendo per il diodo la caratteristica in figura, si tracci l'andamento di V_{out} per una sinusoide in ingresso di 2V
- 2- Si tracci l'andamento della corrente I_2



$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2 \text{ k}\Omega$$

L'amplificatore e' ideale e quindi non entra corrente nei suoi morsetti di ingresso. La resistenza R_3 non ha dunque effetto. Il nodo di ingresso negativo dell'amplificatore, per il principio di massa virtuale, si porta a 0V.

Si deve ora valutare se e quando il diodo e' acceso.

Per $V_{in} > 0$ il diodo si polarizza in diretta e la corrente tende a passare nel diodo. In questo caso, la tensione sul diodo e' nulla ($V_D = 0V$) e quindi non c'e' corrente su R_2 .

Per il calcolo del guadagno il diodo si comporta da corto-circuito e quindi non presenta impedenza.

Il guadagno si scrive quindi come:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_4}{R_1} = -1$$

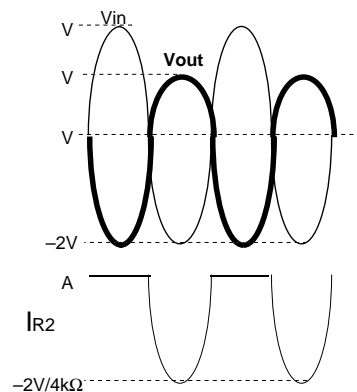
Per $V_{in} < 0$, il diodo risulta polarizzato in inversa ed e' quindi come se non ci fosse. La corrente passa tutta su R_2 con direzione opposta ($V_{in} < 0$) a quella indicata in figura. Il guadagno risulta essere:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_4}{R_1 + R_2} = -0.5$$

2-

La corrente I_2 e' quindi nulla per $V_{in} > 0$, mentre per $V_{in} < 0$ vale

$$I_{R2} = -\frac{V_{in}}{R_1 + R_2}$$

Il grafico complete dell'andamento di V_{in} , V_{out} e I_{R2} e' il seguente:

Esercizio 2

- Nel circuito in figura si valuti:
- 1- il punto operativo;
 - 2- il guadagno di tensione $A_V = V_{out}/V_{in}(s)$;
 - 3- si tracci il diagramma di Bode di $V_{out}/V_{in}(s)$;

$$R_L = 3 \text{ k}\Omega$$

$$I_T = 3 \text{ mA}$$

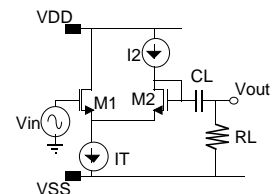
$$I_2 = 2 \text{ mA}$$

$$C = 1 \mu\text{F}$$

$$V_{DD} = 10 \text{ V}$$

$$V_{TH} = 1 \text{ V}$$

$$k = 1 \text{ mA/V}^2$$

La corrente I_2 passa completamente su M_2 . Quindi la corrente su M_1 e' data da:

$$I_{M1} = I_T - I_2 = 1 \text{ mA}$$

E' possibile allora calcolare le VGS di M_1 e M_2 .

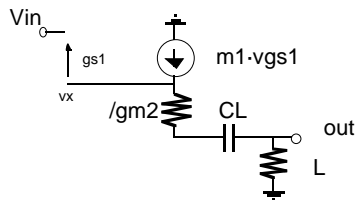
$$V_{GS} = V_{TH} + \sqrt{\frac{I}{k}}$$

$$V_{GS1} = V_{TH} + \sqrt{\frac{I_1}{k}} = 1 + \sqrt{\frac{1 \text{ mA}}{1 \text{ mA/V}^2}} = 2 \text{ V}$$

$$V_{GS2} = V_{TH} + \sqrt{\frac{I_2}{k}} = 1 + \sqrt{\frac{2 \text{ mA}}{1 \text{ mA/V}^2}} = 2.414 \text{ V}$$

Il gate di M_1 e' a 0V in polarizzazione.Ne segue che i due source di M_1 e M_2 si portano a -2V.Infine in gate di M_2 si porta a 0.414V.

Per il calcolo del guadagno si deve studiare il circuito equivalente a piccolo segnale. Dapprima si osserva che M2 e' connesso a diodo; come tale il suo circuito equivalente a piccolo segnale e' una resistenza di valore $1/g_{m2}$. Il circuito equivalente a piccolo segnale e' il seguente



Si puo' assumere

$$Z_T = \frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{s \cdot CL} + RL$$

Si puo' quindi scrivere il guadagno dell'inseguitore di source:

$$\frac{V_x}{V_{in}} = \frac{g_{m1} \cdot Z_T}{1 + g_{m1} \cdot Z_T}$$

Il segnale in uscita si ricava poi come partizione di vx:

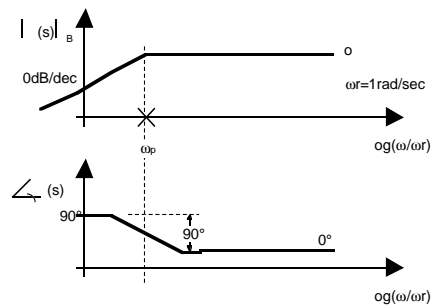
$$\frac{V_{out}}{V_x} = \frac{RL}{Z_T}$$

Si scrive quindi:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_{out}}{V_x} \cdot \frac{V_x}{V_{in}} = \frac{g_{m1} \cdot Z_T}{1 + g_{m1} \cdot Z_T} \cdot \frac{RL}{Z_T} = \frac{g_{m1} \cdot RL}{1 + g_{m1} \cdot Z_T}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{g_{m1} \cdot RL}{1 + g_{m1} \cdot Z_T} = \frac{g_{m1} \cdot RL}{1 + g_{m1} \cdot \left(\frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{s \cdot CL} + RL \right)}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = H(s) = \frac{s \cdot CL \cdot RL}{1 + s \cdot CL \cdot \left(\frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}} + RL \right)} = \frac{s \cdot \tau_z}{1 + s \cdot \tau_p} = \frac{s/\omega_z}{1 + s/\omega_p}$$



$$A_o = \frac{RL}{\frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}} + RL}$$

Prova di Esame

30 Giugno 1999

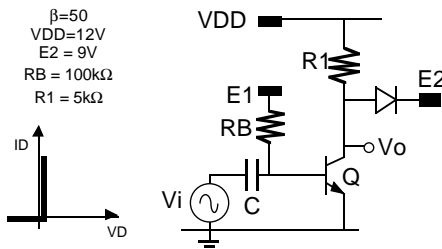
Esercizio 1

Calcolare il punto di lavoro del circuito per:

1 - $E_1 = -2V$

2 - $E_1 = 3V$

3 - Per $E_1 = 3V$ si calcoli il guadagno di piccolo segnale V_o/V_i



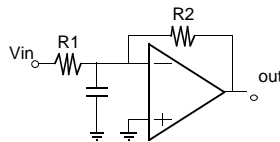
Esercizio 2

1- Nell'ipotesi in cui l'amplificatore sia ideale, si valuti la funzione di trasferimento V_{out}/V_{in} .

Nell'ipotesi in cui l'amplificatore operazionale abbia guadagno $A=100$:
2- Si valuti la funzione di trasferimento V_{out}/V_{in}

3- Si valuti il contributo all'uscita di una tensione di offset dell'amplificatore $e_o=10mV$

$C=10nF$
 $R_1=1k\Omega$
 $R_2=10k\Omega$



Verranno corrette solo le parti scritte in penna (non quelle scritte a matita).

Soluzioni

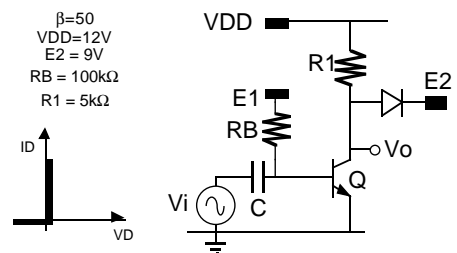
Esercizio 1

Calcolare il punto di lavoro del circuito per:

1 - $E_1 = -2V$

2 - $E_1 = 3V$

3 - Per $E_1 = 3V$ si calcoli il guadagno di piccolo segnale V_o/V_i



1-

Per $E_1 = -2V$, si fa l'ipotesi di transistor Q in regione lineare. Allora si ha che $V_B = 0.7V$. La corrente tende quindi a scorrere dalla base del transistor Q verso il generatore E1. Cio' non e' possibile in quanto corrisponderebbe ad una corrente di base negativa. L'ipotesi di transistor in regione attiva e' quindi sbagliata. Il transistor e' spento e non scorre corrente su RB. La base di Q si porta a $V_B = E_1 = -2V$. Non scorre corrente nel transistor e quindi la corrente di R1 scorre tutta nel diodo. Il nodo Vo si porta a E2 ($V_o = E_2$).

1-

Per $E_1 = 3V$, si fa l'ipotesi di transistor Q in regione lineare. Allora si ha che $V_B = 0.7V$. La corrente tende quindi a scorrere da E1 verso la base del transistor Q. La corrente di base si puo' quindi scrivere come:

$$I_B = \frac{E_1 - V_{BE}}{R_B} = \frac{3V - 0.7V}{100k\Omega} = 0.023mA$$

La corrente di collettore del transistor risulta quindi essere:

$$I_Q = \beta \cdot I_B = 1.15mA$$

Si fa ora l'ipotesi che il diodo sia acceso. Allora si ha che $V_o = E_2$.

La corrente su R1 e' quindi

$$I_{R1} = \frac{V_{DD} - E_2}{R1} = \frac{12V - 9V}{5k\Omega} = 0.6mA$$

Applicando la legge di Kirchhoff al nodo di uscita si ottiene:

$$I_D = I_{R1} - I_Q = 0.6mA - 1.15mA = -0.55mA$$

Il diodo non puo' accettare una corrente negativa e quindi l'ipotesi di diodo acceso e' sbagliata.

Si fa quindi l'ipotesi di diodo spento. Il diodo spento corrisponde ad un circuito aperto.

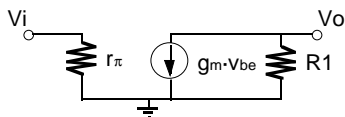
Allora si ottiene il valore in polarizzazione del non di uscita:

$$V_o = V_{DD} - I_Q \cdot R1 = 6.25V$$

Si puo' verificare la validita' dell'ipotesi di diodo spento.

3-

Il circuito per piccolo segnale e' il seguente



Il segnale in uscita e' dato da:

$$V_o = -g_m \cdot V_{be} \cdot R1 = -g_m \cdot V_i \cdot R1$$

Il guadagno risulta quindi

$$\frac{V_o}{V_i} = -g_m \cdot R1$$

La transconduttanza g_m risulta essere:

$$g_m = \frac{I_Q}{V_T} = \frac{1.15\text{mA}}{25\text{mV}} = 46\text{mA/V}$$

Il guadagno risulta quindi

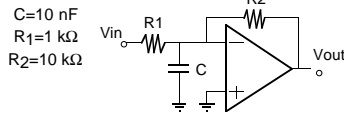
$$\frac{V_o}{V_i} = -g_m \cdot R1 = 46\text{mA/V} \cdot 5\text{k}\Omega = 230$$

Esercizio 2

1- Nell'ipotesi in cui l'amplificatore sia ideale, si valuti la funzione di trasferimento V_{out}/V_{in} .

Nell'ipotesi in cui l'amplificatore operazionale abbia guadagno $A=100$:
2- Si valuti la funzione di trasferimento V_{out}/V_{in}

3- Si valuti il contributo all'uscita di una tensione di offset dell'amplificatore
 $e_o=10\text{ mV}$



1-

Se l'amplificatore e' ideale, quindi con guadagno infinito, e la reazione negativa e' attiva, allora vale il principio di massa virtuale. Il nodo V_i si porta quindi a massa. Ne segue che non scorre corrente sul condensatore C che risulta ininfluente.

Lo stadio e' quindi un normale stadio invertente il cui guadagno risulta essere dato da:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R2}{R1} = -10$$

2-

Se il guadagno dell'amplificatore e' finito allora non vale il principio di massa virtuale.

Si utilizza allora la legge del guadagno dell'amplificatore:

$$V_{out} = A \cdot (V_{i+} - V_{i-})$$

Essendo $V_{i+} = 0$, si ottiene:

$$V_{out} = -A \cdot V_{i-}$$

E quindi

$$V_{i-} = -\frac{V_{out}}{A}$$

Si scrive allora la legge di Kirchoff al nodo di ingresso invertente dell'amplificatore:

$$\frac{V_i - V_{i-}}{R1} = \frac{V_{i-}}{1} + \frac{V_{i-} - V_o}{R2}$$

Risolvendo per V_o si ottiene:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R2}{R1 + \frac{R1 + R2}{A}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot C \cdot \frac{R1 \cdot R2}{A \cdot R1 + R1 + R2}}$$

Prova di Esame

7 Settembre 1999

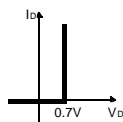
Esercizio 1

Si consideri per il diodo la caratteristica mostrata in figura.

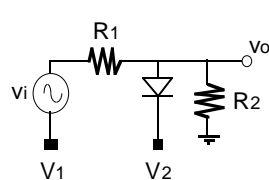
Si calcolino il punto di lavoro ed il guadagno di piccolo segnale v_o/v_i per i seguenti casi:

- 1- $V_1=1\text{V}$ e $V_2=2\text{V}$
- 2- $V_1=4\text{V}$ e $V_2=0\text{V}$
- 3- $V_1=1\text{V}$ e $V_2=0\text{V}$

$$R1 = R2 = 10\text{k}\Omega$$



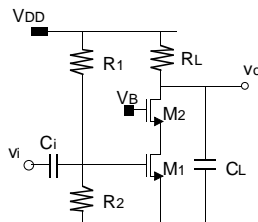
Per il circuito a piccolo segnale il diodo presenta una resistenza di V_T/I_D



Esercizio 2

- 1- Per $V_B=0\text{V}$, si calcoli il punto di lavoro ed il guadagno $V_o/V_i(s)$
- 2- Per $V_B=3\text{V}$, si calcoli il punto di lavoro ed il guadagno $V_o/V_i(s)$ e se ne traccino i diagrammi di Bode
- 3- Per $V_B=3\text{V}$, si valuti il massimo segnale in ingresso prima che M2 entri in zona lineare

$$\begin{aligned} V_{DD} &= 10\text{V} \\ R1 &= 8.5\text{k}\Omega \\ R2 &= 1.5\text{k}\Omega \\ V_{TH} &= 1\text{V} \\ k &= 5\text{mA/V}^2 \\ R_L &= 4\text{k}\Omega \\ C_L &= 10\text{nF} \\ C_i &\rightarrow \infty \end{aligned}$$



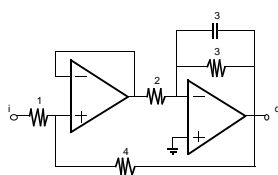
Esercizio 3

Nel circuito gli amplificatori operazionali sono ideali.

Si valuti:

- 1- il guadagno di tensione $A_v = v_o/v_i(s)$;
- 2- Si dimensioni il condensatore C3 in modo che il polo del filtro sia a 100kHz

$$\begin{aligned} R1 &= 100\text{k}\Omega \\ R2 &= 100\text{k}\Omega \\ R3 &= 100\text{k}\Omega \\ R4 &= 100\text{k}\Omega \end{aligned}$$



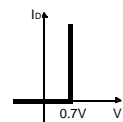
Soluzioni

Esercizio 1

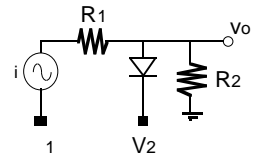
Si consideri per il diodo la caratteristica mostrata in figura. Si calcolino il punto di lavoro ed il guadagno di piccolo segnale v_o/v_i per i seguenti casi:

- 1- $V_1=1\text{V}$ e $V_2=2\text{V}$
- 2- $V_1=4\text{V}$ e $V_2=0\text{V}$
- 3- $V_1=1\text{V}$ e $V_2=0\text{V}$

$$R1 = R2 = 10\text{k}\Omega$$



Per il circuito a piccolo segnale il diodo presenta una resistenza di V_T/I_D



1-

Per $V_1=1\text{V}$ e $V_2=2\text{V}$, il diodo risulta OFF (se fosse ON il nodo di uscita si prterrebbe a 2.7V , scorrerebbe una corrente verso massa e verso V_1 e questa corrente dovrebbe essere fornita dal diodo come corrente inversa, il che e' impossibile). Il nodo di uscita si porta quindi a:

$$V_o = \frac{R2}{R1 + R2} \cdot V_1 = 0.5\text{V}$$

ed il diodo risulta quindi polarizzato in inversa e quindi OFF.

Il guadagno risulta quindi essere dato da:

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{R2}{R1 + R2} = 0.5$$

2-

Per $V_1=4\text{V}$ e $V_2=0\text{V}$ il diodo tende ad essere acceso. Il nodo di uscita si porta quindi a: $V_o = 0.7\text{V}$

La corrente su $R1$ e':

$$I_{R1} = \frac{V_1 - V_o}{R1} = 370\mu\text{A}$$

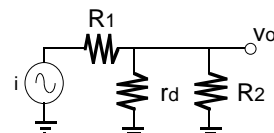
Di questa una parte passa su $R2$ ed e' data da:

$$I_{R2} = \frac{V_o}{R2} = 70\mu\text{A}$$

ed il resto passa nel diodo

$$I_D = I_{R1} - I_{R2} = 300\mu\text{A}$$

Il circuito di piccolo segnale e' il seguente:



ove r_d e' l'impedenza del diodo data da:

$$r_d = \frac{V_i}{I_D} = \frac{25\text{mV}}{300\mu\text{A}} = 83.333 \Omega$$

Il guadagno risulta essere:

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{R_2/r_d}{R_1 + R_2/r_d} = 0.0082$$

3- Per $V_1=1\text{V}$ e $V_2=0\text{V}$ si può di nuovo supporre che il diodo sia acceso. Il nodo V_o si porta a 0.7V . La corrente su R_1 è data da:

$$I_{R1} = \frac{V_1 - V_o}{R_1} = \frac{0.3\text{V}}{10\text{k}\Omega} = 30\mu\text{A}$$

Questa corrente passa in parte su R_2 :

$$I_{R2} = \frac{V_o}{R_2} = \frac{0.7\text{V}}{10\text{k}\Omega} = 70\mu\text{A}$$

La corrente sul diodo risulta quindi:

$$I_D = I_{R1} - I_{R2} = -40\mu\text{A}$$

Il risultato è assurdo (la corrente sul diodo non può essere negativa) e quindi l'ipotesi di diodo ON è sbagliata.

Il diodo è allora spento. Il nodo di uscita si porta a:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_1 = 0.5\text{V}$$

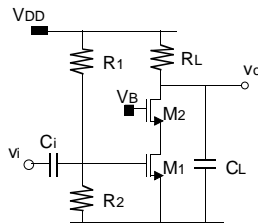
ed il diodo è effettivamente spento, ed il guadagno risulta quindi essere dato da:

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0.5$$

Esercizio 2

1- Per $V_B=0\text{V}$, si calcoli il punto di lavoro ed il guadagno $V_o/V_i(s)$
 2- Per $V_B=3\text{V}$, si calcoli il punto di lavoro ed il guadagno $V_o/V_i(s)$ e se ne traccino i diagrammi di Bode
 3- Per $V_B=3\text{V}$, si valuti il massimo segnale in ingresso prima che M_2 entri in zona lineare

$$\begin{aligned} V_{DD} &= 10\text{V} \\ R_1 &= 8.5\text{k}\Omega \\ R_2 &= 1.5\text{k}\Omega \\ V_{TH} &= 1\text{V} \\ k &= 5\text{mA/V}^2 \\ R_L &= 4\text{k}\Omega \\ C_L &= 10\text{nF} \\ C_i &\rightarrow \infty \end{aligned}$$



1- Per la polarizzazione il gate di M_1 si porta a:

$$V_{GM1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD} = 1.5\text{V}$$

Essendo $V_{GM1} > V_{TH}$, il transistor M_1 è acceso. Resta da individuare se è in zona lineare o di saturazione.

Per $V_B=0\text{V}$, il transistor M_2 non ha una $V_{GS2} > V_{TH}$ e quindi è spento. Non scorre quindi corrente né su M_2 , né su M_1 . Il transistor M_1 è quindi in zona lineare con:

$$V_{DSM1} = 0\text{V}.$$

Non scorrendo corrente su M_2 , non ne scorre neanche su R_L e quindi:

$$V_o = V_{DD}.$$

Essendo M_2 spento, non c'è alcun passaggio di segnale tra ingresso ed uscita e quindi:

$$\frac{v_o}{v_i} = 0$$

VI - 57

September 25, 2000

2- Per la polarizzazione il gate di M_1 si porta comune a:

$$V_{GM1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD} = 1.5\text{V} = V_{GM1}$$

Essendo $V_{GM1} > V_{TH}$, il transistor M_1 è acceso.

Per $V_B=3\text{V}$ anche $V_{GS2} > V_{TH}$ e quindi M_2 è acceso.

Ora si suppone M_1 in saturazione. Quindi la sua corrente è:

$$I_{M1} = k \cdot (V_{GS1} - V_{TH})^2 = 5\text{mA/V}^2 \cdot (0.5\text{V})^2 = 1.25\text{mA}$$

La stessa corrente scorre su M_2 .

Si fa ora l'ipotesi di M_2 in saturazione. Essendo i due transistor identici (trascurando l'effetto body) ed avendo la stessa corrente, i due transistor lavorano con la stessa V_{GS} :

$$V_{GS1} = V_{GS2} = 1.5\text{V}$$

Ne segue che:

$$V_{DSM1} = V_B - V_{GS2} = 1.5\text{V}$$

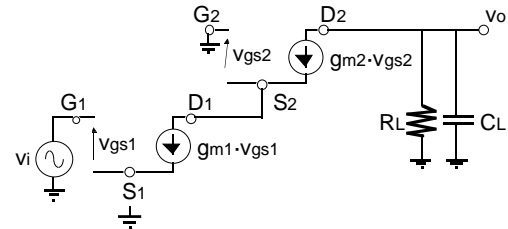
Essendo $V_{DSM1} > V_{GS1} - V_{TH}$, si verifica quindi che l'ipotesi di M_1 in saturazione è corretta.

La corrente di M_2 scorre tutta su R_L . Il drain di M_2 si porta quindi a:

$$V_{DM2} = V_{DD} - I_{M2} \cdot R_L = 5\text{V}$$

Si verifica quindi che anche l'ipotesi di M_2 in zona di saturazione è corretta.

Il circuito per il calcolo della risposta per piccolo segnale è il seguente:



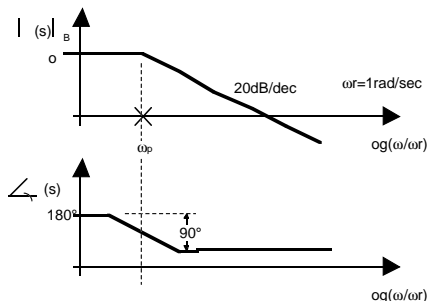
Si può notare come tutta la corrente del generatore comandato $g_{m1} \cdot V_{gs1}$ passi tutta attraverso il generatore comandato $g_{m2} \cdot V_{gs2}$ per poi raggiungere il carico (R_L/CL). Il guadagno è quindi dato da:

$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = -g_{m1} \cdot (R_L/CL) = -\frac{g_{m1} \cdot R_L}{1 + s \cdot CL \cdot R_L} = -A_o \cdot \frac{1}{1 + s/\omega_p}$$

Il diagramma di Bode è il seguente

VI - 58

September 25, 2000



con:

$$\begin{aligned} \omega_p &= \frac{1}{R_L \cdot C_L} = \frac{1}{4\text{k}\Omega \cdot 10\text{nF}} = 25\text{krad/sec} \\ g_{m1} &= 2 \cdot \frac{I_{M1}}{V_{GS1} - V_{TH}} = 2 \cdot \frac{1.25\text{mA}}{0.5\text{V}} = 5\text{mA/V} \\ A_o &= g_{m1} \cdot R_L = 5\text{mA/V} \cdot 4\text{k}\Omega = 20 \text{ (} \approx 26\text{dB)} \end{aligned}$$

Si noti che per $f > 0$ la fase tende a -180° per la presenza del segno - nell'espressione della funzione di trasferimento.

3- Per valutare il segnale massimo perché M_2 entri in zona lineare è necessario scrivere una condizione di zona lineare per M_2 che può essere che il drain, scendendo, raggiunge il valore:

$$V_{DSlin} = V_{GS} - V_{TH}$$

ovvero

$$V_{Dlin} = V_G - V_{TH}$$

Il gate di M_2 è fisso, mentre il suo drain è alla tensione:

$$V_{DM2} = V_{DM2o} - A_o \cdot v_i$$

con $A_o = g_{m1} \cdot R_L$, V_{DM2o} è la tensione di polarizzazione del drain di M_2 . Dalla precedente espressione si può scrivere:

$$V_{DM2o} - A_o \cdot V_{imax} = V_{GM2} - V_{TH}$$

Si può quindi ricavare il valore massimo in ingresso che risulta essere dato da:

$$V_{imax} = \frac{V_{D2o} - V_G - V_{TH}}{A_o} = \frac{5\text{V} - 3\text{V} - 1.5\text{V}}{20} = \frac{0.5\text{V}}{20} = 25\text{mV}$$

Esercizio 3

Nel circuito gli amplificatori operazionali sono ideali.

Si valuti:

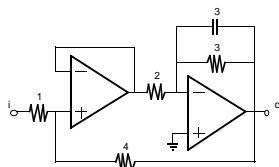
1- il guadagno di tensione

$$A_v = v_o/v_i(s);$$

2- Si dimensioni il condensatore C_3 in modo che il polo del filtro

sia a 100kHz

$$\begin{aligned} R_1 &= 100\text{k}\Omega \\ R_2 &= 100\text{k}\Omega \\ R_3 &= 100\text{k}\Omega \\ R_4 &= 100\text{k}\Omega \end{aligned}$$

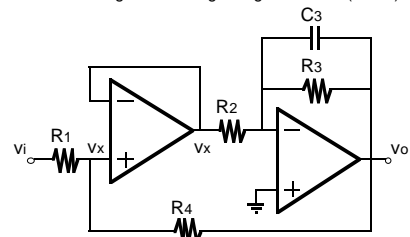


VI - 59

September 25, 2000

1 -

Il primo amplificatore è in configurazione a guadagno unitario (buffer).



Indicando con v_x la tensione al suo ingresso / uscita si possono scrivere le due equazioni ai due nodi:

$$\begin{aligned} \frac{v_i - v_x}{R_1} &= \frac{v_x - v_o}{R_4} \\ v_o &= -v_x \cdot \frac{R_3}{R_2(1 + s \cdot C_3 \cdot R_3)} \end{aligned}$$

Risolvendo per v_o si ottiene:

$$\frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_3 \cdot R_4}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_4 + s \cdot C_3 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot (R_1 + R_4)}$$

2 -

La funzione di trasferimento presenta un solo polo che ha una costante di tempo data da:

$$\tau_p = \frac{C_3 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot (R_1 + R_4)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_4} = 2 \cdot \pi \cdot 100\text{kHz}$$

Da cui si ricava C_3 come:

$$C_3 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_4}{2 \cdot \pi \cdot 100\text{kHz} \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot (R_1 + R_4)} = 23.873\text{pF}$$

VI - 60

September 25, 2000

Prova di Esame

21 Settembre 1999

Esercizio 1

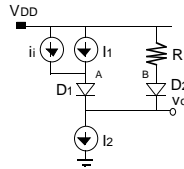
I due diodi sono identici e caratterizzati dalla relazione:

$$I_D = I_S \cdot (\exp(V_D/V_T))$$

1 - Si calcoli la tensione di polarizzazione ai nodi A e B.

2 - Si calcoli il guadagno di transimpedenza $\frac{V_O}{I_i}$

$V_{DD} = 5V$; $I_1 = 1mA$; $I_2 = 3mA$; $R = 1.5k\Omega$



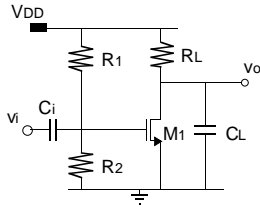
Esercizio 2

1- Si dimensioni la resistenza R_1 in modo che il transistor operi in saturazione ed il guadagno a centro banda v_o/v_i sia uguale a -10

2- Si traccino i diagrammi di Bode della risposta in frequenza $v_o/v_i(s)$

3- Si tracci l'andamento della tensione in uscita in risposta ad un gradino positivo in ingresso di 10mV.

$V_{DD} = 15V$
 $R_2 = 10k\Omega$
 $V_{TH} = 1V$
 $k = 10mA/V^2$
 $R_L = 4k\Omega$
 $C_L = 10\mu F$
 $C_i = 10nF$



Esercizio 3

Nel circuito l'amplificatore e' ideale, a parte i livelli di saturazione indicati.

Si valuti:

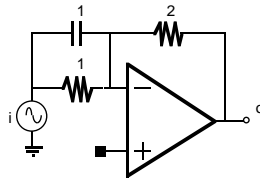
1- il punto di lavoro;

2- il guadagno di tensione

$A_v = v_o/v_i(s)$;

3- il massimo segnale in ingresso a bassa frequenza applicabile senza che il circuito esca dalla zona lineare..

$R_1 = 100k\Omega$
 $R_2 = 100k\Omega$
 $C_1 = 100pF$
 $E = 2V$
 $V_{sat+} = 10V$
 $V_{sat-} = -10V$



VI - 61

September 25, 2000

Soluzioni

Esercizio 1

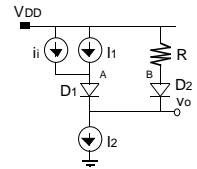
I due diodi sono identici e caratterizzati dalla relazione:

$$I_D = I_S \cdot (\exp(V_D/V_T))$$

1 - Si calcoli la tensione di polarizzazione ai nodi A e B.

2 - Si calcoli il guadagno di transimpedenza $\frac{V_O}{I_i}$

$V_{DD} = 5V$; $I_1 = 1mA$; $I_2 = 3mA$; $R = 1.5k\Omega$



1 -

Applicando la legge di Kirchoff al nodo V_O , si ottiene che la corrente attraverso D_2 e':

$$I_{D2} = I_2 - I_1 = 2mA$$

Il nodo B si porta quindi alla tensione:

$$V_B = V_{DD} - I_{D2} \cdot R = 5V - 2mA \cdot 1.5k\Omega = 2V$$

La tensione su D_2 vale:

$$V_{D2} = V_T \cdot \ln(I_{D2}/I_S)$$

mentre quella su D_1 e' data da:

$$V_{D1} = V_T \cdot \ln(I_{D1}/I_S)$$

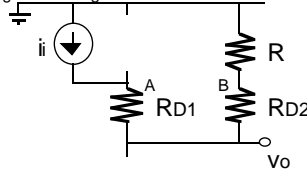
Quindi si puo' ricavare la tensione al nodo A come:

$$V_A = V_B - V_{D2} + V_{D1} = V_B - V_T \cdot \ln(I_{D2}/I_S) + V_T \cdot \ln(I_{D1}/I_S)$$

$$V_A = V_B - V_T \cdot (\ln(I_{D2}/I_S) - \ln(I_{D1}/I_S)) = V_B - V_T \cdot \ln\left(\frac{I_{D2}}{I_{D1}}\right) = 2V - 25mV \cdot \ln(2) = 1.9827V$$

2 -

Il circuito per piccoli segnali e' il seguente:



I valori delle resistenze che corrispondono al circuito equivalente per piccolo segnale dei diodi sono:

$$R_{D1} = \frac{V_T}{I_1} = \frac{25mV}{1mA} = 25\Omega$$

$$R_{D2} = \frac{V_T}{I_2} = \frac{25mV}{2mA} = 12.5\Omega$$

Il guadagno di transimpedenza e' allora dato da:

$$\frac{V_O}{I_i} = - (R + R_{D2}) = - 1.5125k\Omega$$

VI - 62

September 25, 2000

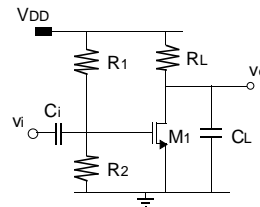
Esercizio 2

1- Si dimensioni la resistenza R_2 in modo che il transistor operi in saturazione ed il guadagno a centro banda (C_i opera da corto circuito e C_L opera da circuito aperto) v_o/v_i sia uguale a -10.

2- Tenendo conto dell'effetto dei condensatori C_i e C_L , si ricavi l'espressione del guadagno $v_o/v_i(s)$.

3- Si traccino i diagrammi di Bode del guadagno $v_o/v_i(s)$.

$V_{DD} = 15V$
 $R_1 = 10k\Omega$
 $V_{TH} = 1V$
 $k = 10mA/V^2$
 $R_L = 4k\Omega$
 $C_L = 10\mu F$
 $C_i = 10nF$



1 -

L'amplificatore in figura ha una configurazione a source comune. Il suo guadagno per piccolo segnale e' allora dato da:

$$\frac{V_O}{V_i} = -g_m \cdot R_L$$

Per ottenere il guadagno richiesto e' allora necessario far si che la transconduttanza del transistor si di:

$$g_m = \frac{10}{R_L}$$

La transconduttanza del transistor in saturazione e' data da

$$g_m = 2 \cdot k \cdot (V_{GS} - V_{TH})$$

Dalla seguente uguaglianza e' quindi possibile ricavare la VGS necessaria:

$$g_m = 2 \cdot k \cdot (V_{GS} - V_{TH}) = \frac{10}{R_L}$$

$$V_{GS} = V_{TH} + \frac{10}{R_L \cdot 2 \cdot k} = 1V + \frac{10}{4k\Omega \cdot 2 \cdot 10mA/V^2} = 1.125V$$

Tale VGS si ottiene dimensionando il partitore R_1 - R_2 in modo che:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD} = V_{GS}$$

da cui si ricava:

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot V_{GS}}{V_{DD} - V_{GS}} = 810.81\Omega$$

La corrente nel transistor e' di:

$$I_D = k \cdot (V_{GS} - V_{TH})^2 = 10mA/V^2 \cdot (0.125)^2 = 156.25\mu A$$

La tensione in uscita e'

$$V_O = V_{DD} - I_D \cdot R_L = 14.375V$$

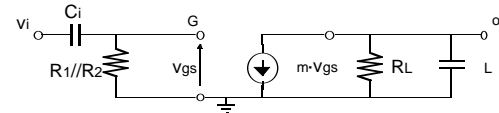
e il transistor lavora in saturazione.

2- Tenendo conto dell'effetto dei condensatori C_i e C_L , si ricavi l'espressione del guadagno $v_o/v_i(s)$.

Il circuito equivalente per piccolo segnale e' il seguente:

VI - 63

September 25, 2000



L'espressione del guadagno v_o/v_i si puo' scrivere come:

$$\frac{V_O}{V_i} = \frac{V_{GS}}{V_i} \cdot \frac{V_O}{V_{GS}}$$

I due contributi si scrivono come:

$$\frac{V_{GS}}{V_i} = \frac{s \cdot C_i \cdot R_T}{1 + s \cdot C_i \cdot R_T}$$

con:

$$R_T = R_1 \parallel R_2$$

e:

$$\frac{V_O}{V_{GS}} = -g_m \cdot (R_L \parallel C_L) = -g_m \cdot \frac{R_L}{1 + s \cdot R_L \cdot C_L}$$

Il guadagno complessivo si scrive quindi come:

$$\frac{V_O}{V_i} = \frac{V_{GS}}{V_i} \cdot \frac{V_O}{V_{GS}} = \frac{s \cdot C_i \cdot R_T}{1 + s \cdot C_i \cdot R_T} \cdot \left(-g_m \cdot \frac{R_L}{1 + s \cdot R_L \cdot C_L} \right)$$

3 -

La funzione di trasferimento si puo' scrivere:

$$H(s) = \frac{s \cdot C_i \cdot R_T}{1 + s \cdot C_i \cdot R_T} \cdot \left(-g_m \cdot \frac{R_L}{1 + s \cdot R_L \cdot C_L} \right) = \frac{s \cdot \tau_{p1}}{1 + s \cdot \tau_{p1}} \cdot \frac{A_o}{1 + s \cdot \tau_{p2}}$$

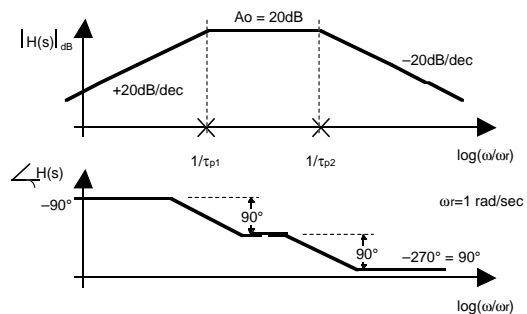
con:

$$\tau_{p1} = C_i \cdot R_T$$

$$\tau_{p2} = R_L \cdot C_L$$

$$A_o = -g_m \cdot R_L$$

La funzione di trasferimento presenta uno zero nell'origine e due poli. I relativi diagrammi di Bode sono i seguenti:



VI - 64

September 25, 2000

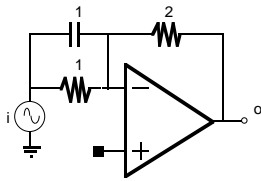
Esercizio 3

Nel circuito l'amplificatore è ideale, a parte i livelli di saturazione indicati.

Si valuti:

- 1- il punto di lavoro;
- 2- la funzione di trasferimento $V_o/V_i(s)$;
- 3- il massimo segnale in ingresso a bassa frequenza applicabile senza che il circuito esca dalla zona lineare..

$$\begin{aligned} R_1 &= 100\text{k}\Omega \\ R_2 &= 100\text{k}\Omega \\ C_1 &= 100\text{pF} \\ E &= 2\text{V} \\ V_{\text{sat}^+} &= 10\text{V} \\ V_{\text{sat}^-} &= -10\text{V} \end{aligned}$$



1-

Per valutare il punto di lavoro è necessario spegnere tutti i generatori di segnale. Spegnendo il generatore di segnale v_i , R_1 e C_1 risultano collegati a massa. Per la polarizzazione vengono poi tarcurati i condensatori che operano da circuiti aperti. Il circuito quindi opera da stadio non invertente per l'unico generatore in continua presente (E).

Essendo l'amplificatore con guadagno infinito e reazionato negativamente, i due nodi di ingresso sono alla stessa tensione:

$$V_{i+} = V_{i-} = E = 2\text{V}$$

Il nodo di uscita si porta a:

$$V_o = E \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 4\text{V}.$$

2- La funzione di trasferimento si valuta spegnendo tutti i generatori in continua (il generatore E, per questo circuito).

Il circuito opera quindi da stadio invertente per il segnale in ingresso v_i . La funzione di trasferimento si può quindi scrivere come:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1/C_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + s \cdot R_1 \cdot C_1)$$

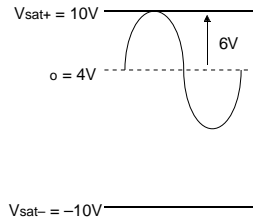
3-

In bassa frequenza lo stadio guadagno $-R_2/R_1 = 1$. Quindi l'escursione del nodo di uscita è uguale a quella di ingresso.

Il segnale in uscita si sovrappone alla polarizzazione calcolata al punto 1: il nodo di uscita è polarizzato a 4V. Si può quindi muovere verso il livello di saturazione positiva ($V_{\text{sat}^+} = 10\text{V}$) di 6V, mentre verso il livello di saturazione negativa ($V_{\text{sat}^-} = -10\text{V}$) di 14V.

Tra le due possibili escursioni, quella valida è la più stringente. Quindi la massima escursione del segnale in uscita ed in ingresso (essendo il guadagno unitario) è 6V.

Cio' è illustrato nella seguente figura.



Da notare che la scelta di polarizzare il nodo di uscita a 4V non è ottimale per la massimizzazione della dinamica in uscita. La scelta ottima sarebbe stata quella di polarizzare il nodo di uscita a 0V.